Институт ядерной физики имени Г.И.Будкера
Сибирского отделения Российской академии наук

На правах рукописи

Роот
Николай Иванович

Изучение процесса $e^+e^- \to 4\pi$ в области энергий 1,05 – 1,38 ГэВ с детектором КМД-2

Специальность 01.04.16 – физика ядра
и элементарных частиц

Диссертация на соискание
ученой степени кандидата
физико - математических наук

Научный руководитель:
кандидат физико - математических
наук, заведующий лабораторией,
А.Е.Бондарь

НОВОСИБИРСК – 1999

Содержание

Глава 1

Введение

При изучении взаимодействия легких кварков важную роль играют эксперименты, проводимые на встречных электрон-позитронных пучках. Измерение полных сечений e^+e^- аннигиляции в адроны при низких энергиях, а также сечений эксклюзивных каналов необходимо для точных расчетов вклада сильного взаимодействия в поляризацию вакуума для аномального магнитного момента мюона и постоянной тонкой структуры [1], проверки гипотезы сохранения векторного тока (CVC) в полуадронных распадах τ-лептона [2,3], определения параметров КХД, проверки правил сумм КХД [4] и т.д.

До настоящего времени изучение e^+e^- аннигиляции в адроны практически ограничивалось измерениями лишь полных сечений [5–8]. Появление новых детекторов с большим телесным углом регистрации, работающих на ускорителях с большими светимостями, открывает качественно новые возможности для изучения многоадронного рождения в e^+e^- аннигиляции.

Начиная с 1992 года в Институте ядерной физики им. Будкера ведутся эксперименты с Криогенным Магнитным Детектором (КМД-2 [9,10]) на накопителе со встречными электрон-позитронными пучками ВЭПП-2М [11] в области энергий от 0,36 до 1,38 ГэВ в системе центра масс.

Четырехпионное рождение — один из доминирующих процессов e^+e^- аннигиляции в адроны в области энергий от 1,05 до 2,5 ГэВ. Впервые оно наблюдалось во Фраскати [5] и в Новосибирске [6]. Первые эксперименты с ограниченным набором статистики позволили качественно изучить новое явление многоадронного рождения и оценить величину соответствующего сечения. Последующие измерения различными группами во Фраскати, Орсэ и Новосибирске (см. ссылки в [1]) дали более детальную информацию об энергетической зависимости сечений процессов $e^+e^- \to 2\pi^+2\pi^-$ и $e^+e^- \to \pi^+\pi^-2\pi^0$.

Отдельный интерес представляет изучение динамики рождения конечного состояния. Первые попытки такого типа были предприняты в работах MEA [12] и DM1 [13] в диапазоне энергий выше 1,4 ГэВ и в работах OLYA [14] и CMD [15] ниже 1,4 ГэВ, в которых было показано, что в конечном состоянии $2\pi^+2\pi^-$ доминирует механизм $\rho^0\pi^+\pi^-$ рождения. В работе ND [16] было измерено сечение рождения $\omega\pi$ от 1,0 до 1,4 ГэВ, и её результаты были подтверждены последующим изучением распадов τ-лептона в работах ARGUS [17,18], CLEO [19] и ALEPH [20].

В дальнейшем группа DM2 попыталась провести анализ парциальных волн (PWA) конечного состояния с четырьмя заряженными пионами [21,22] в области энергий от 1,35 до 2,40 ГэВ. Этот анализ был основан только на импульсных распределениях, в то время как угловыми зависимостями и интерференцией различных волн пренебрегалось. Хотя было получено указание на наличие $a_1(1260)\pi$ и $\rho\sigma$ состояний, механизм для заметной части сечения не был определен. Анализ парциальных волн для конечного состояния $\pi^+\pi^-2\pi^0$ не проводился из-за недостаточного числа полностью реконструированных событий.

Энергетическая зависимость полного сечения и сечений эксклюзивных каналов достаточно сложная и является результатом интерференции нескольких широких резонансов с многочисленными общими каналами распадов. Наличие различных механизмов образования четырех пионов и их сложная интерференция ведет к необходимости одновременного анализа обоих возможных конечных состояний ($2\pi^+2\pi^-$ и $\pi^+\pi^-2\pi^0$), что требует универсального детектора с возможностью измерения энергий и углов как заряженных, так и нейтральных частиц.

Детектор КМД-2 [9,10] — это первый универсальный магнитный детектор, работающий в области энергий 0,34 – 1,38 ГэВ. Он содержит как магнитный спектрометр, позволяющий измерять импульсы заряженных частиц, так и электромагнитный калориметр, обеспечивающий регистрацию фотонов, измерение их энергий и углов с достаточно хорошей точностью. Возможность регистрации всех частиц в конечном состоянии позволяет выделять события 4π практически без фона, что особенно важно для изучения динамики процесса $e^+e^- \to 4\pi$.

На основании вышеизложенного была сформулирована задача данной работы: с помощью детектора КМД-2 измерить энергетическую зависимость процессов $e^+e^- \to \pi^+\pi^-2\pi^0$ и $e^+e^- \to 2\pi^+2\pi^-$, а также изучить динамику рождения конечного состояния.

Структура работы следующая. Во второй главе приведены характеристики ускорительного комплекса ВЭПП-2М и описание основных систем детектора КМД-2. Третья Глава посвящена системе обработки данных детектора КМД-2 и условиям отбора событий на вторичные ленты. В четвертой Главе описаны особенности набора данных, по которым проводился анализ, и представлен метод определения светимости.

Пятая глава посвящена получению физических результатов. В ней описаны критерии отбора событий $\pi^+\pi^-2\pi^0$ и $2\pi^+2\pi^-$, а также метод полной кинематической реконструкции этих событий. Основное внимание уделяется изучению динамики рождения конечного состояния 4π в e^+e^- аннигиляции. На основании проделанного анализа продемонстрировано, что основной вклад в процесс $e^+e^- \to \pi^+\pi^-2\pi^0$ дают промежуточные состояния $\omega\pi^0$ и $a_1(1260)\pi$, в то время как процесс $e^+e^- \to 2\pi^+2\pi^-$ полностью насыщается механизмом $a_1(1260)\pi$. Получены ограничения на вклады возможных примесей: $h_1(1170)\pi^0$, $\rho\sigma$, $\rho^+\rho^-$, $a_2(1320)\pi$ и $\pi(1300)\pi$. Описана методика определения эффективности регистрации процесса 4π и способ учета радиационных поправок. По числу восстановленных событий определена зависимость сечений процессов $e^+e^- \to \omega\pi^0$, $e^+e^- \to \pi^+\pi^-2\pi^0$ и $e^+e^- \to 2\pi^+2\pi^-$ от энергии.

В шестой Главе проведено сравнение предсказаний модели $a_1(1260)\pi$ и $\omega\pi^0$ доминантности на основе сохранения изовекторного векторного тока с существующими экспериментальными данными по распадам τ-лептона и продемонстрировано, что предложенная модель хорошо описывает эти данные.

В седьмой Главе обсуждаются полученные результаты, кратко описаны представления об изучаемых процессах, а также обосновывается необходимость будущих экспериментов в более широком диапазоне энергии.

В Заключении приводятся основные результаты, полученные в этой работе.

Глава 2

Ускорительный комплекс ВЭПП-2М и детектор КМД-2

Эксперименты, описанные в данной работе, проводились на установке со встречными e^+e^- пучками ВЭПП-2М. Ускорительно-накопительный комплекс, схема которого приведена на рисунке 2.1, состоит из инжектора, синхротрона, бустера и самого накопителя [11]. Инжектором комплекса является импульсный ускоритель электронов с максимальной энергией частиц 3 МэВ. Синхротрон Б-3М ускоряет электроны до энергии 200 МэВ. В режиме накопления электронов пучок из Б-3М перепускается в бустерный накопитель БЭП [23].

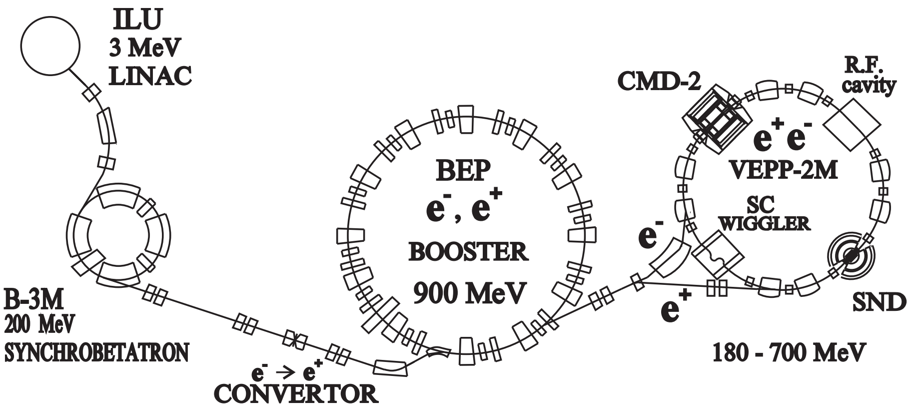

Рис. 2.1: Схема ускорительно-накопительного комплекса ВЭПП-2М.

Позитроны, образующиеся в конверторе, собираются фокусирующей системой и накапливаются в БЭП. После накопления тока 10 – 20 мА пучок ускоряется до энергии эксперимента и перепускается в накопительное кольцо ВЭПП-2М. Затем цикл накопления повторяется для электронов.

Накопитель ВЭПП-2М представляет собой жесткофокусирующее кольцо с четырьмя прямолинейными промежутками (~200 см). В одном из промежутков находится ускоряющий резонатор на 200 МГц, в противоположном — сверхпроводящий Виглер-магнит (“змейка”) [23], служащий для получения большей светимости за счет увеличения фазового объема пучка. В двух других промежутках установлены детекторы КМД-2 и СНД [24].

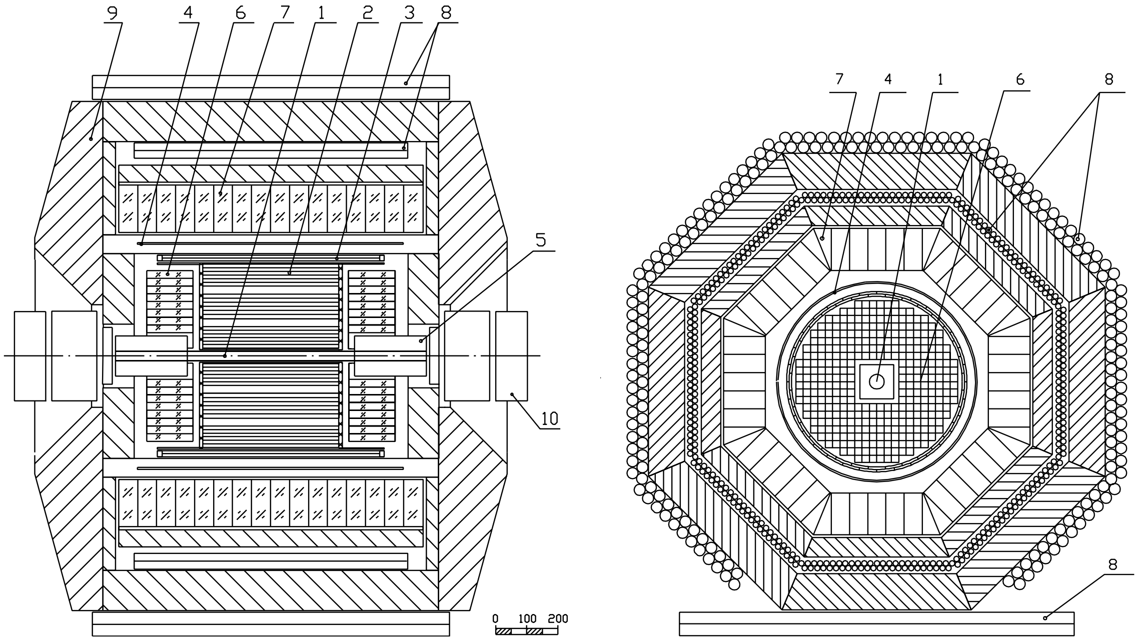

Рис. 2.2: Детектор КМД-2 в $R-\varphi$ и Z проекциях. 1 — вакуумная камера; 2 — дрейфовая камера; 3 — Z-камера; 4 — основной сверхпроводящий соленоид; 5 — компенсирующий соленоид; 6 — торцевой калориметр на основе BGO; 7 — цилиндрический калориметр на основе CsI; 8 — мюонная система; 9 — ярмо магнита; 10 — квадрупольные линзы.

Детектор КМД-2 — первый заработавший на ВЭПП-2М универсальный детектор — позволяет регистрировать и измерять с высокой точностью параметры как заряженных частиц, так и фотонов. Схема детектора представлена на Рис. 2.2. Координаты, углы вылета и импульсы заряженных частиц измеряются координатной системой детектора, состоящей из дрейфовой (2) и Z-камер (3), расположенных в магнитном поле, создаваемым соленоидом (4). Цилиндрический (7) и торцевой (6) электромагнитные калориметры, изготовленные из сцинтилляционных кристаллов CsI и BGO, обеспечивают измерение энергии и углов фотонов, а так же позволяют разделять электроны и адроны. Пробежная система (8) служит для разделения мюонов и адронов.

Вакуумная камера в прямолинейном промежутке имеет диаметр 40 мм и длину 1 м. Для уменьшения многократного рассеяния ее центральная часть длиной 20 см изготовлена из бериллия толщиной 0,8 мм. При сканировании области энергий $2E_{beam} > 1,05$ ГэВ поверх бериллиевой части была установлена дополнительная защита от синхротронного излучения из ниобиевой фольги толщиной 90 мкм.

Магнитная система детектора состоит из основного и двух компенсирующих сверхпроводящих магнитов. Поскольку катушка основного магнита расположена непосредственно перед цилиндрическим калориметром, ее конструкция оптимизировалась таким образом, чтобы толщина вещества катушки была минимальной. Использование нетрадиционного подхода позволило получить поле $10 \div 12$ кГс при толщине катушки 0,38 радиационных длин.

2.1 Дрейфовая камера

Регистрация заряженных частиц осуществляется дрейфовой камерой [25], заполненной газовой смесью 80% аргона и 20% изобутана. Пролетающая через камеру заряженная частица ионизует вдоль своего трека газ, и образовавшиеся в результате ионизации электроны дрейфуют в электрическом поле, созданном полевыми проволочками, и регистрируются сигнальными проволочками.

Камера состоит из трех слоев, разбитых на ячейки. В первом, внутреннем слое содержится 16 ячеек по 6 сигнальных проволочек в каждой. Второй слой имеет 32 ячейки по 7 проволочек, третий — 32 ячейки по 6 сигнальных проволочек (см. Рис.2.3). В общей сложности дрейфовая камера имеет 512 сигнальных проволочек.

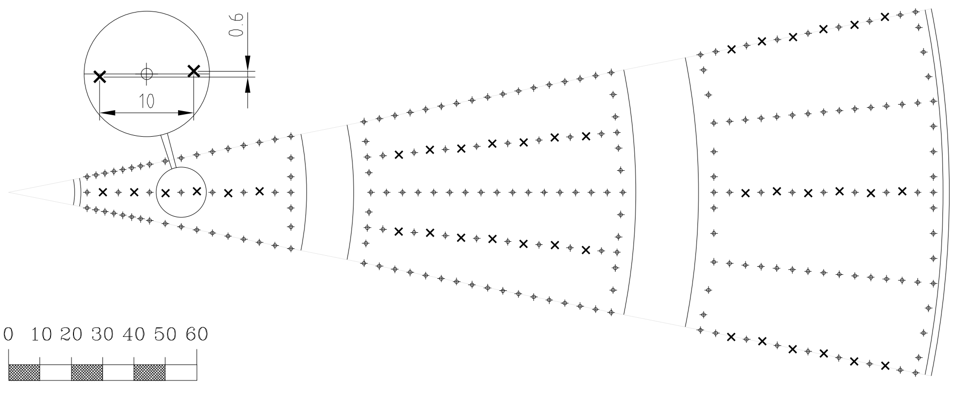

Рис. 2.3: Расположение проволочек в ячейках дрейфовой камеры. Кружками обозначены положения полевых и потенциальных проволочек, косыми крестиками — положения сигнальных проволочек.

В постоянном продольном магнитном поле, в котором находится камера, дрейф электронов происходит под углом к плоскости проволочек. Этот угол между электрическим полем и направлением дрейфа электронов называется углом Лоренца и для условий дрейфовой камеры детектора КМД-2 имеет довольно большую величину, $\alpha_L \approx 30°$.

Сигнал с каждой проволочки снимается с обоих ее концов и после усиления поступает на плату T2A [26], позволяющую измерять время прихода и амплитуды сигналов.

Зная расположение проволочек и распределение полей в камере, можно восстановить координаты трека пролетевшей через камеру заряженной частицы. Координаты в плоскости проволочек (X, Y) определяются по номеру сработавшей проволочки и времени дрейфа. Координата Z (вдоль проволочки или, соответственно, вдоль направления пучков) определяется методом деления заряда. Кроме того, измерение амплитуды сигнала используется для идентификации частиц по величине ионизационных потерь dE/dx.

Координатное разрешение дрейфовой камеры в плоскости $R-\varphi$ составляет 250 мкм, а вдоль проволочки — 4 мм. Зависимость импульсного разрешения дрейфовой камеры от величины импульса показана на Рис. 2.4 [27], а разрешение по полярному и азимутальному углу трека составляет $\sigma_\theta = 0,02$ и $\sigma_\varphi = 0,007$ радиан соответственно.

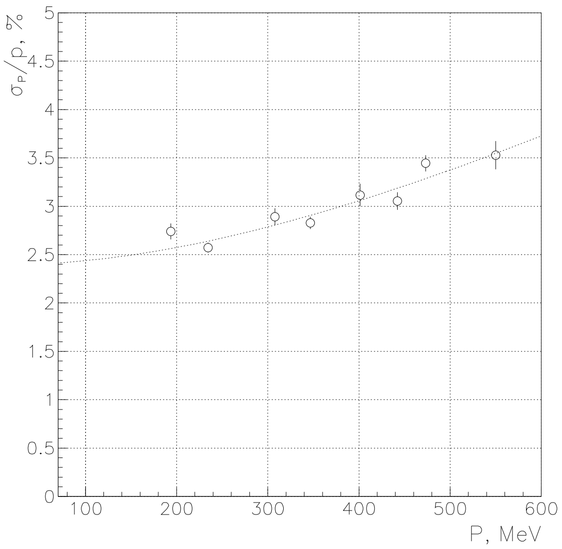

Рис. 2.4: Импульсное разрешение дрейфовой камеры.

2.2 Z-камера

За дрейфовой камерой располагается двухслойная цилиндрическая пропорциональная Z-камера [28] со съемом информации с катодов и с анодов.

Z-камера не только является координатным детектором, но также используется для формирования первичного заряженного триггера. С ее помощью осуществляется временная привязка события к моменту столкновения пучков. Период оборота пучков в ВЭПП-2М составляет 60 нс, что определяет требования на временной разброс сигналов с Z-камеры. Для решения этой задачи в Z-камере используется быстрая газовая смесь и маленькое расстояние между чувствительными проволочками. Для увеличения эффективности регистрации камера выполнена в виде двух независимых слоев. Каждый слой имеет 256 катодных полосок с независимым съемом сигналов и 704 чувствительных анодных проволочек.

Для уменьшения числа каналов электроники проволочки объединены в сектора по 22 штуки в каждом. Всего в слое имеется 32 сектора. Внешний слой сдвинут относительно внутреннего на половину ширины сектора. Сегментация Z-камеры в азимутальном направлении соответствует сегментации дрейфовой камеры, то есть 32 сектора в одном слое.

Камера продувается газовой смесью $CF_4 - iC_4H_{10}$ в соотношении 4:1.

Координатное разрешение Z-камеры составляет 250 мкм для нормально падающей частицы и ухудшается до 700 мкм при угле падения 45°. Временное разрешение для одного трека составляет 4,7 нс.

2.3 Цилиндрический калориметр на основе кристаллов CsI

Цилиндрический калориметр [29] состоит из сцинтилляционных кристаллов CsI(Tl) и CsI(Na) размером $6 \times 6 \times 15$ см^3. Толщина калориметра для нормально падающей частицы составляет около 8 радиационных длин.

В калориметре CsI выделяется в среднем около 80 % энергии падающего фотона, а энергетическое и пространственное разрешение определяется флуктуациями утечек ливня и составляют соответственно $\sigma_E/E = 8 \div 12$ % и $\sigma_x = 8 \div 12$ мм в интересующем нас диапазоне энергий.

Цилиндрический калориметр состоит из восьми октантов. Каждый содержит семь линейных модулей (линеек), закрепленных на дюралевой плите. В октант входят 5 стандартных линеек и 2 линейки счетчиков специальной формы для того, чтобы обеспечить сопряжение октантов без зазоров. Линейки представляют собой 16 счетчиков CsI, закрепленных на стальной полосе толщиной 10 мм. Сцинтилляционный свет регистрируется с помощью фотоумножителей ФЭУ-60, подсоединенных к кристаллу небольшим световодом.

2.4 Торцевой калориметр на основе кристаллов BGO

Торцевой калориметр [30] на основе кристаллов ортогерманата висмута $Bi_4Ge_3O_{12}$ (BGO) состоит из двух идентичных торцов по обе стороны от места встречи. Каждый торец представляет собой плотно уложенную матрицу из 340 кристаллов BGO. Размер кристалла $2,5\times2,5\times15$ см^3. Таким образом, толщина калориметра для нормально падающей частицы составляет 13,4 радиационных длин. Свет регистрируется при помощи фототриодов, способных работать в сильном продольном магнитном поле.

Энергетическое разрешение торцевого калориметра составляет $\sigma_E/E = 4,6\%/\sqrt{E(\text{ГэВ})}$, а угловое — $\sigma_{\varphi,\theta} = 2\cdot10^{-2}/\sqrt{E(\text{ГэВ})}$ радиан.

2.5 Пробежная система

Пробежная система [9] служит для разделения пионов и мюонов. Она состоит из двух частей: внутренней и внешней. Обе части выполнены в виде восьми октантов, каждый из которых представляет собой блок стримерных трубок.

Каждая трубка блока стримерных труб представляет собой газовый детектор, работающий в ограниченном стримерном режиме. Катодом является тонкостенная (300 мкм) трубка из нержавеющей стали диаметром 20 мм для внутренней и 40 мм для внешней систем, а анодом — 100 мкм проволочка из золоченого молибдена. Координата вдоль трубки измеряется по разности времен прихода сигналов на концы проволочки. Точность измерения составляет около 2 см. Поперечная координата определяется по номеру сработавшей трубки.

2.6 Система запуска детектора

Важным элементом электроники детектора является система запуска, служащая для того, чтобы в течение 1,2 мкс принять решение о полезности события и инициировать оцифровку и считывание информации в ЭВМ.

Запуск детектора КМД-2 может вызываться сигналами "заряженного" и "нейтрального" триггера, включенными по "ИЛИ". Сигнал заряженного триггера генерируется в случае совпадения сигнала о наличии трека в координатной системе детектора, выдаваемого трековым процессором [31], и сигнала превышения порога (~ 25 МэВ) хотя бы в одном модуле цилиндрического калориметра.

Сигнал срабатывания калориметра генерируется не позднее чем через ~ 100 нс после прохождения частицы. Начало работы трекового процессора инициируется сигналом срабатывания Z-камеры, стробированным сигналом фазы накопителя. Через 400 нс, в случае наличия трека, трековый процессор выдает сигнал.

В качестве исходной информации для нейтрального триггера [32] используются сигналы превышения порога линеек кристаллов. По расположению сработавших линеек определяется число кластеров в $R-\varphi$ плоскости и углы между кластерами. Запуск осуществляется в случае превышения сигналом полного энерговыделения в калориметре некоторого порога, различного для каждого класса событий. Время принятия решения нейтральным триггером составляет 960 нс с момента старта, задаваемого сигналом "ИЛИ" срабатывания всех линеек, стробированного сигналом "фаза" ускорителя.

Характерная частота запусков детектора при светимости $2 \cdot 10^{30}$ с$^{-1}$см$^{-2}$ была около $30 \div 50$ Гц. Частота полезных событий, вызванных e^+e^- взаимодействиями, составляла несколько событий в секунду, около 10 Гц загрузки было обусловлено космическими частицами. Остальные запуски вызывались частицами, выбывшими из пучка в результате взаимодействия с атомами остаточного газа.

2.7 Система сбора данных

Информация, зарегистрированная в системах детектора, должна быть считана в память ЭВМ и записана на магнитные ленты. Эту функцию выполняет система сбора данных детектора [33].

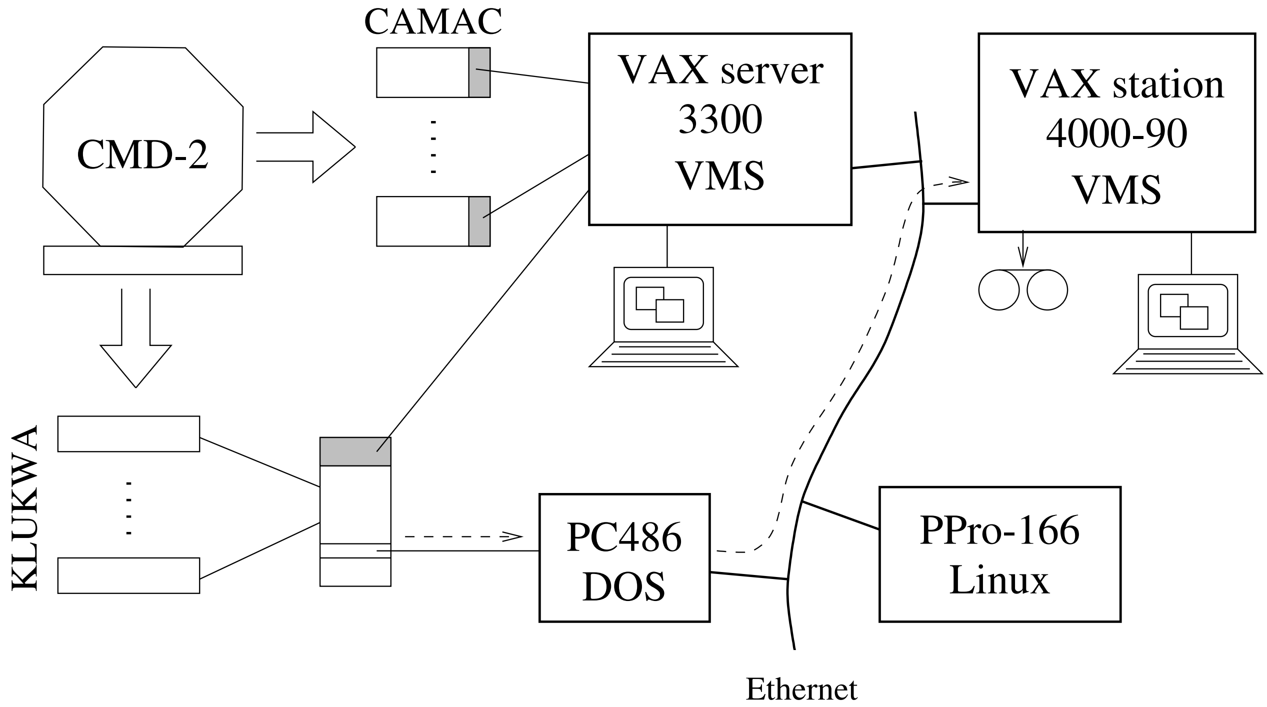

Рис. 2.5: Система сбора данных детектора КМД-2 (1997).

Схема системы сбора данных, используемой в заходах 1997 года, показана на Рис. 2.5.

Сигналы с детектора регистрируются быстрой оцифровывающей электроникой, выполненной в стандарте КЛЮКВА [34]. В случае положительного решения триггера данные из информационных плат крейтов КЛЮКВА передаются в блоки обмена [34] крейта КАМАК, затем в память компьютера PC-486, из которого они поступают в VAX 4000-90. Управление передачей между КАМАК и памятью PC-486 осуществляется программой, записанной в автоматический программируемый контроллер К-0607А [35].

"Центральная" ЭВМ VAX 4000-90 служит для управления заходами, их записи на магнитную ленту, установки триггера, загрузки задач в автоматический контроллер К-0607А и в процессоры ввода-вывода крейтов КЛЮКВА. Задачи контроля напряжений, температуры и магнитного поля, а также проведение калибровок систем детектора, выполняет компьютер микро VAX 3300.

Максимальная частота считывания составляла около 70 событий в секунду при средней длине события около 1 кбайта и определялась скоростью записи на магнитную ленту.

Глава 3

Система обработки экспериментальных данных

Для проведения анализа физических процессов информация, записанная во время эксперимента, должна быть преобразована в физические характеристики события (число частиц, их импульсы и направления, параметры, характеризующие тип частицы и т.п.). В процессе работы детектора первичная информация о каждом событии записывается на магнитную ленту в виде записей переменной длины в формате ZEBRA [36]. Записи разбиты на сегменты, каждый из которых содержит информацию с одной системы детектора и представляет собой последовательность адресов каналов электроники и данных, считанных с них. Для извлечения физических характеристик события из такой первичной информации используется программа реконструкции CMD2OFF, более подробно о которой рассказывается в Разделе 3.1.

За время работы детектора КМД-2 был накоплен интеграл светимости более 20 пб$^{-1}$, что соответствует примерно 1,5 ТБ информации на лентах. В Таблице 3.1 приведены даты, диапазон энергий и накопленный интеграл светимости для всех имеющихся сканирований. Для автоматизации обработки всей этой статистики потребовалось создание отдельного программного обеспечения.

Процесс подготовки каждого сканирования к физическому анализу логически разбивается на три стадии:

1. Калибровка систем детектора для каждого захода[1]. Полученные на этом этапе калибровочные константы помещаются в базу данных и используются программой реконструкции CMD2OFF на последующих этапах.

[1]Заходом называется последовательность событий, объединенных одними условиями эксперимента (энергия пучков ВЭПП-2, условия запуска детектора, значение калибровочных констант и т.п.) и полученных за ограниченное ($\sim$ 3–4 ч.) время. К примеру, сканирование HIGH-97 содержит около 700 заходов.

Таблица 3.1: Статистика, набранная детектором КМД-2.

Сканирование	Год	Энергия, ГэВ	$\int Ldt$ пб$^{-1}$
PHI-93	1993	$0.994 \leftrightarrow 1.040$	1.43
PHI-94/1	1994	$1.019 \to 0.980$	0.05
RHOM-94	1994	$0.970 \to 0.810$	0.15
PHI-94/2	1994	$1.018 \leftrightarrow 1.024$	0.16
RHOM-95	$94 \div 95$	$0.810 \to 0.600$	0.16
PHI-96	1996	$0.984 \leftrightarrow 1.034$	2.18
LOW-96	1996	$0.512 \to 0.370$	0.10
HIGH-97	1997	$1.040 \leftrightarrow 1.370$	5.93
PHI-98	$97 \div 98$	$0.984 \leftrightarrow 1.060$	11.93
RHOM-98	1998	$0.970 \to 0.360$	3.50

2. Предварительный отбор (или *сортировка*) событий, формирование вторичных и третичных лент. При этом форматы вторичных и третичных лент идентичны формату первичных лент, а заходы на лентах различаются только количеством отобранных событий. Копия заходов с третичных лент сохраняется на дисках.

3. Дальнейший отбор (*индивидуальная обработка*) событий, относящихся к конкретному процессу осуществляется со вторичных или третичных лент (их копий на дисках) с помощью программы FZPROC, модифицированной пользователем под изучаемый процесс, то есть содержащей необходимые критерии отбора. Результатом работы FZPROC, как правило, являются массивы, содержащие основные параметры интересующих событий (Ntuples), которые и используются в окончательном анализе.

Необходимость первого этапа обработки (получение калибровочных констант) для каждого захода возникает, как правило, только один раз сразу после окончания сканирования. Второй этап обработки (предварительный отбор) требуется для формирования вторичных и третичных лент. При этом отбор на вторичные ленты разработан таким образом, что его эффективность слабо зависит от качества калибровки систем детектора и близка к 100% для полезных событий. Тем не менее, этот отбор позволяет примерно в три раза уменьшить количество фоновых событий на вторичных лентах. Это означает, что повторное формирование третичных лент (необходимость в котором иногда возникает), можно проводить со вторичных лент в три раза быстрее. Более подробно о критериях отбора на вторичные ленты рассказывается в Разделе 3.2.

Отбор на третичные ленты представляет собой сумму специализированных отборов пользователей, каждый из которых нацелен на выделение конкретного интересующего процесса (например: $e^+e^- \to e^+e^-$, $\phi \to K_L K_S$, $\phi \to K^+K^-$, $\phi \to 3\pi$ и т.д.). Каждое событие на третичной ленте получает метку, в которой закодированы номера "сработавших" для него отборов. Это позволяет существенно сократить время обработки на третьем этапе: на "вход" программы реконструкции CMD2OFF поступают только те события, которые интересуют автора задания.

Количество событий на третичных лентах, примерно, в десять раз меньше, чем на первичных. Это позволяет хранить все заходы с третичных лент на дисках, что полностью исключает использование магнитофонов на третьем, наиболее часто повторяемом, этапе. Необходимость многократной переобработки информации на третьем этапе возникает, как правило, в связи с модификациями программы FZPROC. Поэтому первый и второй этапы проводятся централизовано, а третий этап выполняет каждый пользователь индивидуально.

Последовательность обработки заходов на втором этапе[2] показана на Рис. 3.1. Основными компонентами этой системы являются:

- Таблица **Jobs**, хранящаяся в базе данных. Эта таблица представляет собой список заходов, которые необходимо обработать. Каждый заход представлен в этой таблице отдельной строкой, в которой, помимо номера захода, содержится информация о его текущем *состоянии* (поле **status**). Возможные состояния захода следующие:

WREAD — ожидание чтения с ленты,

READ — чтение с ленты,

WPROC — заход на диске и ожидает обработку,

PROC — заход в процессе обработки,

WCOPY — заход обработан и необходимо поместить *результат* на ленту,

COPY — *результат* обработки копируется на ленту,

ECOPY — все прошло успешно и *результат* можно удалить с диска.

- Задача **ReadServer** обеспечивает чтение заходов с ленты на диск. Эта задача, по мере освобождения магнитофонов, извлекает из таблицы **Jobs** список заходов, ожидающих чтение с ленты, сортирует их по лентам и запускает вспомогательные

[2]Работа на первом этапе проводится в рамках этой же схемы.

программы[3] (**read_files**[4]) для чтения этих заходов на свободных магнитофонах. Список свободных магнитофонов она извлекает из таблицы **DRIVES**.

- Задача чтения ленты на диск (**read_files**) выполняет следующие действия:

  1. *занимает* магнитофон, изменяя его *состояние* в таблице **DRIVES**,
  2. устанавливает всем заходам *состояние* **READ**,
  3. по мере чтения заходов на диск[5], меняет им *состояние* на **WPROC**,
  4. после окончания чтения ленты *освобождает* магнитофон.

- Задача **ProcServer** обеспечивает обработку заходов на дисках. Эта задача, по мере освобождения участвующих в обработке *процессоров*, извлекает из таблицы **Jobs** список заходов со статусом **WPROC** и запускает вспомогательные программы[6] (**proc_filtr**) для обработки конкретного захода. Список свободных процессоров она извлекает из таблицы **PROCESS**.

- Задача обработки захода на диске (**proc_filtr**) выполняет следующие действия:

  1. *занимает* процессор, изменяя его *состояние* в таблице **PROCESS**,
  2. устанавливает заходу *состояние* **PROC**,
  3. запускает программу реконструкции CMD2OFF, обеспечивая ее всей необходимой информацией,
  4. после окончания работы CMD2OFF, проверяет корректность завершения обработки, меняет статус захода[7] в таблице **Jobs** и *освобождает* процессор.

- Задача **CopyServer** обеспечивает запись заходов с диска на ленту. Эта задача, по мере освобождения магнитофонов, извлекает из таблицы **Jobs** список заходов, ожидающих копирования на ленту, и запускает вспомогательные программы (**copy_files**) для их записи на ленту.

- Задача записи на ленту (**copy_files**) выполняет следующие действия:

  1. *занимает* магнитофон, изменяя его *состояние* в таблице **DRIVES**,

---

[3] По одной задаче на каждый свободный магнитофон.

[4] Конкретные имена программ, обеспечивающих операции *чтения ленты*, *обработки захода* и *запись на ленту* извлекаются программами **ReadServer**, **ProcServer** и **CopyServer** из таблицы **Jobs**.

[5] Для упрощения изложения, здесь и далее опускаются алгоритмы обработок *сбойных* ситуаций.

[6] По одной задаче на каждый свободный процессор.

[7] Если в результате обработки захода на диске образуется несколько файлов, требующих копирования на ленту, то в таблицу **Jobs** добавляются необходимые строки.

2. устанавливает заходу *состояние* **COPY**,

3. добавляет заход в конец текущей ленты[8],

4. после окончания записи *освобождает* магнитофон.

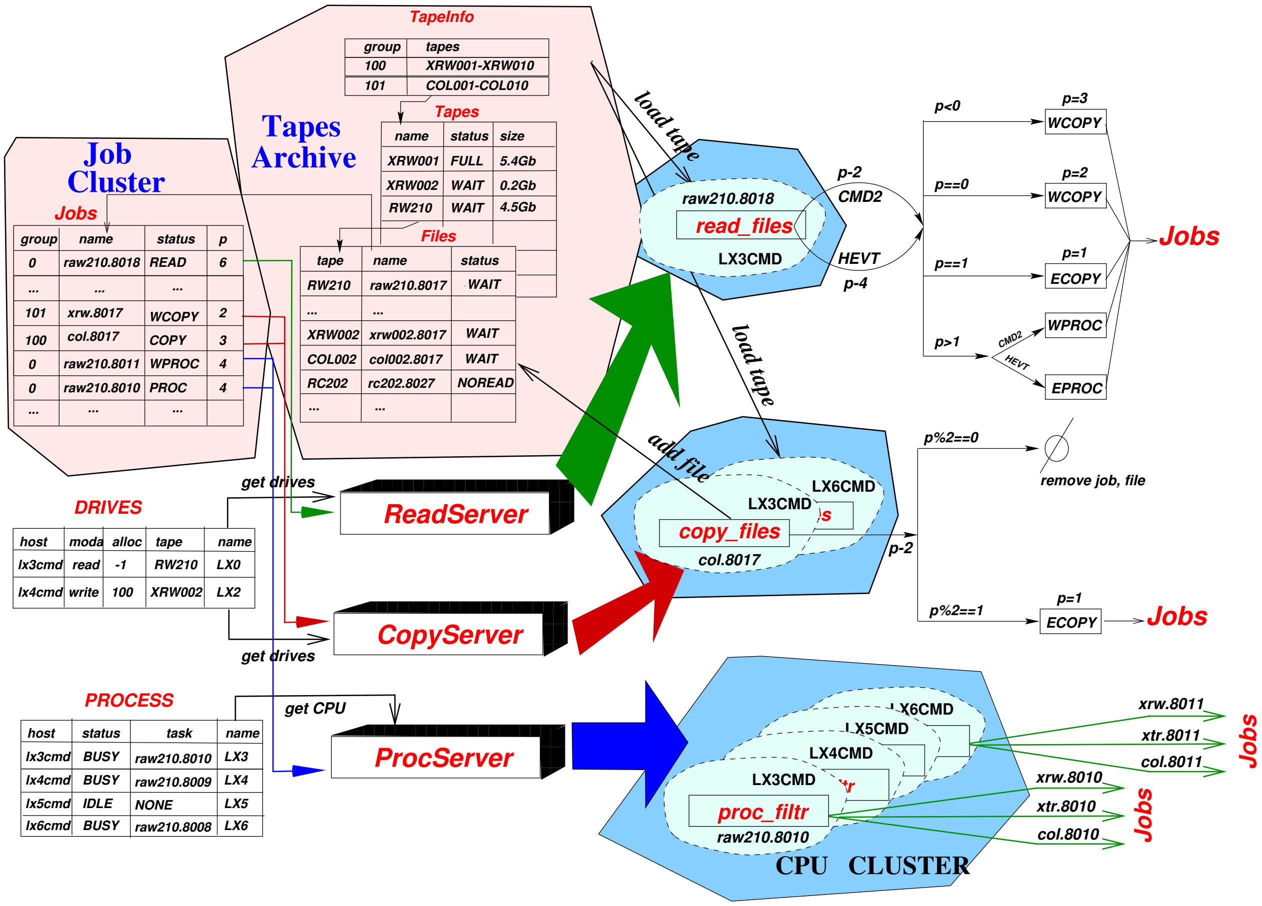

Рис. 3.1: Диаграмма обработки заходов на втором этапе.

Вся система обработки заходов, описанная выше, разработана и реализована в течении полугода. Результат работы этой системы для сканирований RHOM-98 и PHI-98 (см. Таблицу 3.1) представлен на Рисунке 3.2. На горизонтальной оси показано количество дней с начала постановки задания, а на вертикальной — интеграл светимости, соответствующий обработанным к этому моменту заходам. Как видно из этого рисунка, средняя скорость обработки заходов составляет примерно 0,5 пб$^{-1}$ в день[9], что заметно превышает темп набора статистики на ускорителе ВЭПП-2М. К настоящему моменту вся накопленная детектором статистика отсортирована (доступна для индивидуальной обработки) в рамках предложенной системы.

[8] Либо просит оператора установить новую ленту, если текущая уже заполнена.

[9] В обработке участвовало четыре процессора.

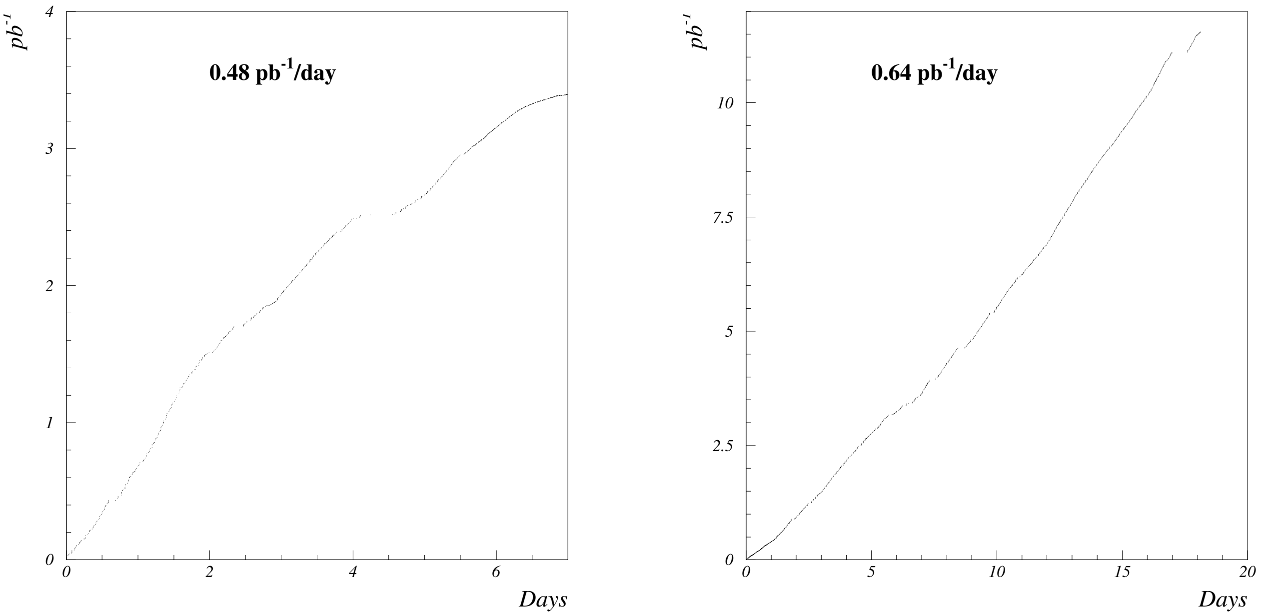

Рис. 3.2: Темп обработки сканирований RHOM-98 и PHI-98.

После *сортировки* событий на втором этапе сканирование становится доступным для индивидуальной обработки каждым физиком коллаборации. Для удобства работы на этом этапе была написана программа **fzgo**, скрывающая от пользователей "ненужные" подробности реализации. Последовательность обработки заходов на третьем этапе показана на Рис. 3.3. Программа реконструкции CMD2OFF использует третичные заходы на дисках в качестве входных данных, реконструирует события и передает их программе FZPROC, которая производит окончательный отбор событий и их запись на диск для дальнейшего анализа. Темп обработки статистики на этом этапе составляет примерно $2 \div 10$ пб$^{-1}$ в сутки[10] на одном процессоре.

3.1 Программа реконструкции событий

3.1.1 Реконструкция траектории заряженных частиц

Опишем коротко алгоритм реконструкции треков [37].

На первом этапе по номерам сработавших проволочек, измеренным временам и амплитудам сигналов на концах проволочек восстанавливаются координаты точек — источников первичной ионизации. Затем точки в плоскости $R - \varphi$ объединяются в группы, соответствующие трекам заряженных частиц. Каждая группа точек подгоняется

[10]Для редких процессов темп обработки увеличивается до 50 пб$^{-1}$/сутки и определяется скоростью чтения дисков.

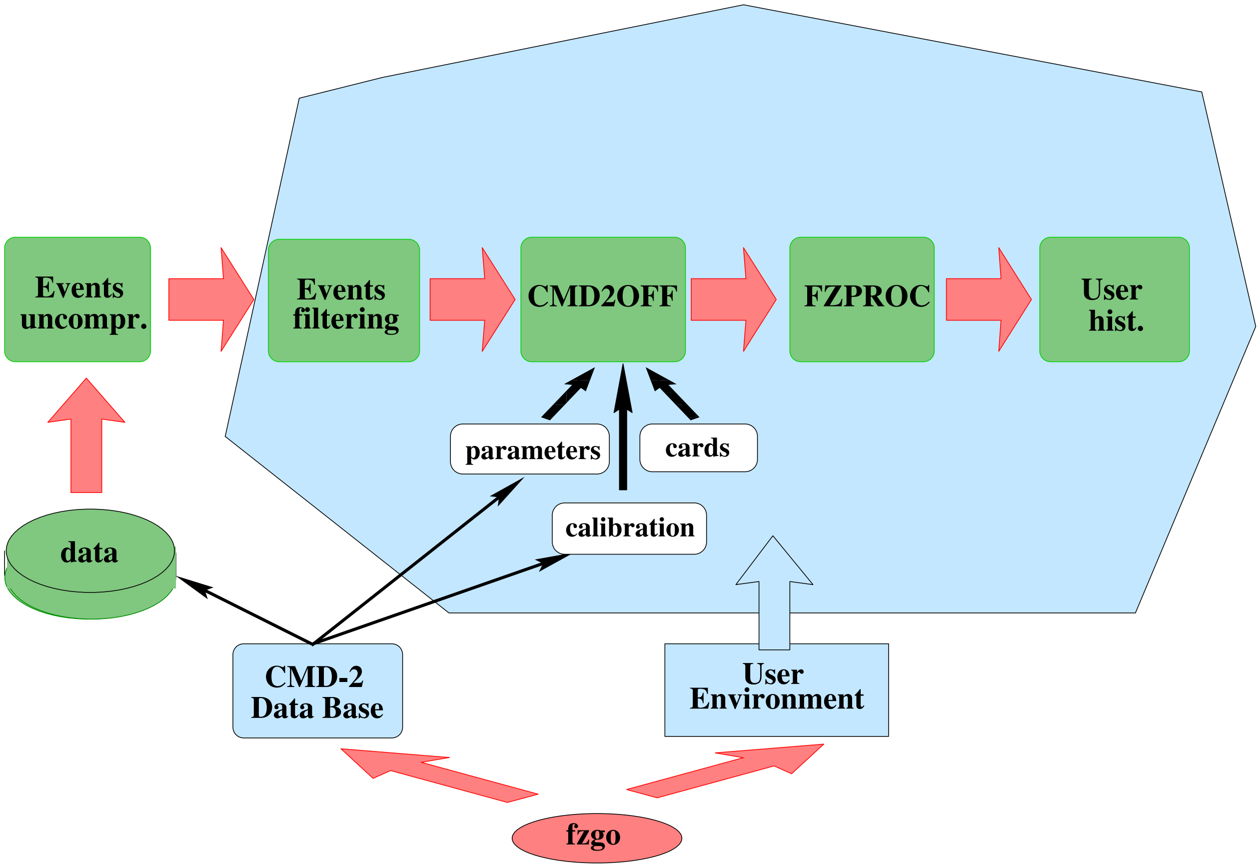

Рис. 3.3: Диаграмма обработки событий на третьем этапе.

окружностью, характеризующейся радиусом R и координатами центра. По этой информации рассчитывается поперечный импульс $P_\perp$, знак заряда частицы, угол вылета φ, минимальное расстояние окружности до центра пучков e^+e^- в $R-\varphi$ плоскости R_{min} и разброс точек относительно проведенной окружности σ_r. В случае двух и более треков происходит поиск вершин. Затем точки, принадлежащие одному треку, подгоняются отрезком спирали в плоскости $R-Z$, и определяется полярный угол вылета частицы θ, Z-координата ближайшей к пучку точки Z_{min} и разброс точек относительно подгоночной кривой σ_z. При подгонке в плоскости $R-Z$ учитывается информация с Z-камеры (если есть срабатывание на продолжении трека). Точки двух треков, принадлежащих одной вершине, подгоняются одновременно, при этом требуется, чтобы точка пересечения треков в плоскости $R-\varphi$ имела одинаковую Z-координату обоих треков. Информация для каждого восстановленного трека помещается в банки структуры ZEBRA.

3.1.2 Реконструкция фотонов в электромагнитном калориметре

Во время эксперимента в каждом событии записывается информация для всех кристаллов, амплитуда сигнала с которых превысила определенный порог. При первичной обработке данных программа реконструкции проводит следующие операции:

- Пересчет адресов и каналов электроники в номера кристаллов и энерговыделения в них с использованием данных калибровки.
- Поиск кластеров, т.е. связанных групп кристаллов.
- Расчет энерговыделения и координат кластеров.
- Расчет наиболее вероятной величины энергии и углов вылета для произведшей этот кластер частицы, в предположении, что это фотон или электрон.

На первом этапе для каждой пары значений адрес-амплитуда происходит пересчет адреса в номер кристалла и производится пересчет амплитуды в энергию с учетом калибровочных коэффициентов.

Далее происходит поиск кластеров. Кластером называется связанная группа кристаллов с энерговыделением $E > E_{min} = 1$ МэВ, содержащая хотя бы один счетчик с энерговыделением более 8 МэВ. Связанными считаются кристаллы, соприкасающиеся гранью или углом.

Энерговыделение кластера рассчитывается как сумма энерговыделений кристаллов, а углы — как угол прямой, проведенной из вершины события в центр тяжести кластера.

Для восстановления энергии фотона из энергии кластера вводилась поправка, зависящая от точки попадания фотона в калориметр.

3.1.3 Глобальная реконструкция события

После восстановления треков и кластеров происходит создание банков глобальной реконструкции, объединяющих информацию всех систем детектора. Для этого строится продолжение трека в область калориметра и, если это продолжение пересекает какой-то кластер или соседние с кластером кристаллы, кластер считается продолжением трека. Остальные кластеры в калориметре рассматриваются как фотоны.

3.2 Отбор событий на вторичные ленты

Основными требованиями к критериям отбора на вторичные ленты являются:

- Высокая эффективность к полезным событиям.
- Максимально возможный коэффициент подавления фона.
- Параметры, на которых они базируются, должны быть устойчивы к возможным будущим изменениям в калибровках систем детектора и модификациям программы реконструкции.

Заметим, что второе и первое требования противоречат друг другу. Поэтому, для оптимального удовлетворения этим условиям, события были разбиты на следующие классы:

1. Класс "нейтральных" событий: программа реконструкции не нашла ни одного трека.
2. Класс "однотрековых" событий: программа реконструкции нашла только один трек.
3. Класс "двухтрековых" событий: программа реконструкции нашла только одну первичную вершину с двумя треками.
4. Класс "многотрековых" событий: программа реконструкции нашла либо несколько первичных вершин, либо более двух треков из одной вершины.
5. Класс событий $e^+e^- \to e^+e^-$ под малыми углами: в каждом из торцов BGO-калориметра зарегистрировано энерговыделение более $0,5 \cdot E_{beam}$.

6. Класс "неопознанных" событий: событие нельзя классифицировать ни по одному из вышеназванных критериев.

В Таблице 3.2 приведены относительные доли событий разных классов на первичных и вторичных лентах для заходов сканирования ϕ-мезона в 1998 г. ($E_{beam} = 508,5$ МэВ).

Основным источником полезных событий в первом классе являются, к примеру, нейтральные моды распада ϕ-мезона, $e^+e^- \to \omega\pi^0$; $\omega \to \pi^0\gamma$, $e^+e^- \to \gamma\gamma(\gamma)$ и т.д. Основным фоном к ним являются космические частицы, прошедшие через калориметр(ы) и не задевшие дрейфовой камеры. Более подробно об отборе событий для первого класса рассказывается в Разделе 3.2.1.

Во второй класс, в основном, попадают только фоновые события ("пучковый" фон). Полезные же события попадают в него только в случае, если программа реконструкции не смогла восстановить второй трек (к примеру, частица вылетает в торец дрейфовой камеры и трек имеет недостаточно точек для реконструкции). Более подробно об отборе событий для второго класса рассказывается в Разделе 3.2.2.

События в третьем классе, в основном, все являются полезными. Основным фоном к ним являются космические частицы и "пучковый" фон. Более подробно об отборе событий для третьего класса рассказывается в Разделе 3.2.3.

События из четвертого, пятого и шестого классов записываются на вторичные ленты без дополнительного анализа.

Таблица 3.2: Относительные доли событий различных классов

Номер класса	Доля на первичной ленте (%)	Доля на вторичной ленте (%)
1	16,0	2,8
2	52,1	3,2
3	27,4	22,2
4	2,2	2,2
5	0,4	0,4
6	2,0	2,0
$\sum$	100	32,7

Заметим, что все классы, кроме пятого, являются взаимно независимыми. Следовательно, условия отбора внутри каждого класса также независимы.

3.2.1 Отбор нейтральных событий

Как уже отмечалось, основным фоном к нейтральным событиям являются космические частицы, не задевшие дрейфовой камеры. Отличительной чертой такого фона является то, что, в событии имеется только один кластер, либо все кластеры находятся с одной стороны от места встречи по направлению Z или в $R-\varphi$ плоскости.

Событие записывается на вторичные ленты в случаях, если:

- $N_{clus} = 2$
  - $\Delta\phi < 0.55$ **И**
  - $\Delta\theta < 0.5$

  где N_{clus} — число кластеров с энерговыделением более 20 МэВ, $\Delta\phi$ и $\Delta\theta$ — углы расколлинеарности между кластерами в $R-\phi$ и в $R-Z$ - плоскостях, соответственно.

- $N_{clus} > 2$
  - $max(\Delta\varphi) < \pi - 0.55$ **И**
  - $(max(\theta_i) > \frac{\pi}{2} - 0.32$ **ИЛИ** $min(\theta_i) < \frac{\pi}{2} + 0.32)$

  где $\Delta\varphi$ — минимальный угол в $R-\phi$ - плоскости, содержащий все кластеры.

3.2.2 Отбор однотрековых событий

Отбор однотрековых событий основывается на следующих параметрах:

- R_{min} и Z — координаты точки на треке, обеспечивающей минимальное расстояние до оси пучков в $R-\varphi$ плоскости,
- θ_0 и φ_0 — углы вылета трека,
- P — модуль импульса частицы,
- N_{clus} — число кластеров, не связанных с данным треком и с энерговыделением более 20 МэВ,
- E_{clus} — суммарное энерговыделение в этих кластерах,
- θ_i и φ_i — направляющие углы на каждый кластер.

Событие записывается на вторичные ленты в следующих случаях:

- Отбор кандидатов на событие K^+K^-: $R_{min} < 0.5$ см **И** $|Z| < 10$ см **И** $|P - P_{K^\pm}(E_{beam})| < 50$ МэВ.
- Отбор $e^+e^- \to e^+e^-$ кандидатов: $R_{min} < 0.5$ см **И** $|Z| < 10$ см **И** $N_{clus} > 0$ **И** имеется хотя бы один кластер с $\cos(\varphi_i - \varphi_0) < -0.85$ и $\cos(\theta_i + \theta_0) < -0.85$.
- Отбор $\pi^+\pi^-\pi^0(\pi^0)$ кандидатов: $R_{min} < 0.5$ см **И** $|Z| < 10$ см **И** $N_{clus} > 1$ **И** $E_{clus} > 50$ МэВ.
- Отбор $K_S \to \pi^+\pi^-$ кандидатов: $R_{min} < 6$ см **И** $N_{clus} > 2$.
- Отбор $K_L \to \pi^+\pi^-\pi^0$ кандидатов: $R_{min} > 6$ см **И** $N_{clus} > 3$.

3.2.3 Отбор двухтрековых событий

Отбор двухтрековых событий основывается на следующих параметрах:

- $min(R_{mins})$ — расстояние от оси пучков до ближайшего трека в $R - \varphi$ плоскости,
- $\Delta\varphi$ — угол расколлинеарности треков,
- P_1 и P_2 — модули импульсов частиц.

Событие отбрасывается в случаях, если:

- $min(R_{mins}) > 1$ **И** $((max(P_1, P_2) > 2 \cdot E_{beam}$ **ИЛИ** $P_1 + P_2 > 3 \cdot E_{beam}))$,
- $min(R_{mins}) > 2$ **И** $\Delta\varphi < 0.1$,

а все остальные события этого класса записываются на вторичные ленты.

Глава 4

Описание эксперимента HIGH-97

4.1 Общие характеристики набора экспериментальных данных

Анализ экспериментальных данных, проделанный в Главе 5 настоящей работы, основан на статистике, набранной детектором КМД-2 в области энергий выше ϕ-мезона в сезоне 1997 года. Суммарный интеграл светимости составил $5,8$ пб$^{-1}$. Область энергии в системе центра масс $2E_{beam}$ от $1,05$ до $1,38$ ГэВ сканировалась дважды с шагом 20 МэВ: вначале увеличивая энергию от 1,05 до 1,37 ГэВ, а затем уменьшая её от 1,38 до 1,06 ГэВ. Информация об интеграле светимости в каждой точке по энергии приведена в Таблице 4.1.

4.2 Определение светимости

Для получения значения сечений исследуемых процессов по числу зарегистрированных событий $\mathcal{N}$ необходимо знать интеграл светимости e^+e^- взаимодействий $\mathcal{L}$:

$$\sigma_{exp} = \mathcal{N}/\mathcal{L}.$$

Светимость зависит от токов и размеров пучков в накопителе.

В данном эксперименте светимость определялась по числу зарегистрированных событий упругого $e^+e^- \to e^+e^-$ рассеяния, отбор которых проводился согласно процедуре, используемой в коллаборации КМД-2 и описанной в [38]. Сначала, по дрейфовой камере выделялись двухтрековые коллинеарные события, рожденные в месте встречи и попадающие в рабочую область Z-камеры. Затем из отобранных событий выделялись те, для которых энерговыделение каждого трека в калориметре лежит в пределах от 250 до 600 МэВ. Используя то, что в событиях упругого рассеяния имеются две одинаковые частицы, по этим же событиям оценивалась эффективность регистрации. По числу

Таблица 4.1: Статистика эксперимента HIGH-97.

Энергия, МэВ	**Интеграл светимости, $\int \mathcal{L}dt$, нб$^{-1}$**	**Энергия, МэВ**	**Интеграл светимости, $\int \mathcal{L}dt$, нб$^{-1}$**
490.	60.3	520.	80.6
525.	118.	530.	76.8
535.	93.6	540.	59.6
545.	92.9	550.	57.5
555.	97.6	560.	44.7
565.	98.8	570.	116.
575.	53.5	580.	113.
585.	86.7	590.	115.
595.	148.	600.	187.
605.	136.	610.	113.
615.	130.	620.	139.
625.	211.	630.	179.
635.	246.	640.	223.
645.	316.	650.	273.
655.	240.	660.	195.
665.	361.	670.	191.
675.	265.	680.	316.
685.	100.	690.	544.

отобранных событий N_{ee} и вычисленной эффективности регистрации ε_{rec} определялся интеграл светимости для каждого захода:

$$\mathcal{L} = \frac{N_{ee}}{\sigma_0 \cdot (1-\delta) \cdot (1-\delta_\Theta) \cdot \varepsilon_{rec}},$$

где N_{ee} — число найденных событий $e^+e^- \to e^+e^-$; $\sigma_0(E, \Theta_{min})$ — сечение процесса $e^+e^- \to e^+e^-$; δ — радиационная поправка к сечению, рассчитанная по программе RADCOR [39], основанной на работе Беренца [40]; $\delta_\Theta(\Theta_{min}, \sigma_\Theta)$ — поправка к сечению, связанная с наличием экспериментального разрешения σ_Θ при измерении полярного угла трека Θ и с резкой зависимостью сечения от угла Θ.

Систематическая ошибка в величине светимости определяется точностью расчета радиационных поправок, неопределенностью калибровки телесного угла, погрешностью разделения частиц и составляет 2%.

Глава 5

Изучение процесса $e^+e^- \to 4\pi$

Изложение анализа экспериментальных данных при изучении процессов $e^+e^- \to \pi^+\pi^-2\pi^0$ и $e^+e^- \to 2\pi^+2\pi^-$ построено следующим образом. В Разделах 5.2 и 5.3 описаны критерии отбора и метод полной кинематической реконструкции событий $e^+e^- \to \pi^+\pi^-2\pi^0$. Для изучения динамики рождения конечного состояния 4π в e^+e^- аннигиляции было развито моделирование, которому посвящен Раздел 5.7. Анализ событий конечного состояния $\pi^+\pi^-2\pi^0$, основанный на этом моделировании, показывает, что они представляют собой смесь двух промежуточных состояний: $\omega\pi^0$ и $a_1(1260)\pi$. Для проверки этого вывода был проведен анализ процесса $e^+e^- \to 2\pi^+2\pi^-$, изложенный в Разделе 5.9. В Разделе 5.11 приводится результат по измерению сечений процессов $e^+e^- \to \omega\pi^0$, $e^+e^- \to \pi^+\pi^-2\pi^0$ и $e^+e^- \to 2\pi^+2\pi^-$.

5.1 Общие характеристики процесса $e^+e^- \to \pi^+\pi^-2\pi^0$

Процесс $e^+e^- \to \pi^+\pi^-2\pi^0$ является доминирующим в изучаемой области энергий и максимальное значение его сечения достигает примерно 30 нб. Заметная доля этого процесса обусловлена промежуточным состоянием $\omega\pi^0$ с последующим распадом $\omega \to \pi^+\pi^-\pi^0$. Поскольку π^0-мезон в 99 % случаев распадается на два фотона, то в случае полной регистрации события конечное состояние $\pi^+\pi^-2\pi^0$ имеет в детекторе два трека в дрейфовой камере и четыре свободных кластера в калориметрах. По параметрам треков восстанавливаются импульсы $P_{+(-)}$ и углы $\theta_{+(-)}$, $\varphi_{+(-)}$ заряженных частиц, а по информации в калориметрах восстанавливаются энергии $E_{\gamma,i}$ и углы $\theta_{\gamma,i}$, $\varphi_{\gamma,i}$ фотонов.

С определённой вероятностью в событии $\pi^+\pi^-2\pi^0$ может наблюдаться более четырех свободных кластеров. Это вызвано тем, что в случае ядерного взаимодействия заряженных пионов с веществом детектора с некоторой вероятностью рождаются нейтроны. Имея достаточно большие длины поглощения, такие нейтроны могут создавать свободные кластеры, расположенные достаточно далеко от начальной точки взаимодействия пиона. Другим возможным механизмом образования таких фотонов является расщепление кластеров “настоящих” фотонов (особенно на стыке цилиндрического и торцевого калориметров).

Основной трудностью реконструкции событий $\pi^+\pi^-2\pi^0$ является неоднозначность восстановления π^0-мезонов, что является источником комбинаторного фона. Для уменьшения этого фона используются дополнительные кинематические условия:

$$\begin{aligned} E_+ + E_- + \sum_{k=1}^{4} E_{\gamma k} &= 2E_{beam} \\ \vec{P}_+ + \vec{P}_- + \sum_{k=1}^{4} \vec{P}_{\gamma k} &= 0 \\ 2(E_{\gamma 1}E_{\gamma 2} - \vec{P}_{\gamma 1}\vec{P}_{\gamma 2}) &= m^2_{\pi^0} \\ 2(E_{\gamma 3}E_{\gamma 4} - \vec{P}_{\gamma 3}\vec{P}_{\gamma 4}) &= m^2_{\pi^0}, \end{aligned} \tag{5.1}$$

где $E_+, \vec{P}_+ (E_-, \vec{P}_-)$ - энергия и импульс $\pi^+(\pi^-)$ -мезона, $E_\gamma, \vec{P}_\gamma$ - энергия и импульс фотонов, E_{beam} - энергия пучка электронов, m_{π^0}-масса π^0-мезона. Проводятся все возможные выборки пар фотонов и выбирается комбинация, наилучшим образом удовлетворяющая этим условиям.

Использование таких дополнительных условий позволяет не только существенно уменьшить комбинаторный фон, но и уточнить кинематику события.

5.2 Предварительный отбор событий $\pi^+\pi^-2\pi^0$

Для выделения процесса $e^+e^- \to \pi^+\pi^-2\pi^0$ отбирались события с двумя противоположно заряженными треками из одной вершины и с четырьмя или более фотонами. Фотоном считался свободный кластер (не связанный ни с одним из заряженных треков), если энерговыделение в нем превышало 20 МэВ.

Ниже приведены условия отбора:

1. В событии реконструирована одна вершина

2. К этой вершине привязаны два трека с противоположными знаками заряда, и никаких других треков не было восстановлено

3. Расстояние от каждого трека до пучка в R-φ проекции $R_{min} < 0,3$ см

4. Расстояние от вершины до точки взаимодействия вдоль направления оси пучков $|Z_{vert}| < 10$ см

5. Угол между треками в R-φ плоскости $\Delta\varphi < 172^\circ$

6. Угол каждого трека по отношению к оси пучка ограничивается областью $30^\circ < \theta < 150^\circ$

7. Количество фотонов, зарегистрированных обоими калориметрами, больше трех и меньше десяти

Первые шесть условий отбора относятся к параметрам заряженных треков, восстановленных в дрейфовой камере. Условия 1 и 2 достаточно очевидны и означают наличие двух треков в событии. Следующая пара условий, 3 и 4, содержит требование, чтобы треки происходили из области места встречи пучков. Это подавляет события, соответствующие космическим частицам и пучковому фону.

Условие 5 на угол между двумя треками служит для подавления коллинеарных событий, которые в случае образования лишних кластеров в калориметре или тормозного излучения могут служить источником фона.

Ограничение на величину угла вылета каждого трека относительно пучка (условие 6) соответствует геометрическому попаданию трека в область надежной регистрации дрейфовой камерой.

Условие 7 означает, что в детекторе может быть зарегистрировано от четырех до девяти фотонов. Конечное состояние изучаемого процесса, как уже говорилось, содержит четыре фотона. Включение в рассмотрение событий с числом зарегистрированных фотонов более четырех отражает тот факт, что с определенной вероятностью в событии могут регистрироваться лишние свободные кластеры. Это вызвано тем, что в случае ядерного взаимодействия заряженных пионов с веществом детектора, с некоторой вероятностью рождаются нейтроны. Имея достаточно большие длины пробега, такие нейтроны могут создавать свободные кластеры, расположенные далеко от начальной точки взаимодействия пиона. Такого рода эффекты плохо воспроизводятся моделированием даже при использовании программы FLUKA [41,42] для моделирования ядерных взаимодействий, и поэтому количество лишних фотонов в моделировании и эксперименте может отличаться.

В результате такого отбора остается 67529 событий. Основным фоном к этим событиям являются события $e^+e^- \to \pi^+\pi^-2\pi^0$ с одним или более потерянными фотонами и прошедшие условия отбора из-за наличия в событии "лишних" фотонов. Поскольку источником таких фотонов, помимо ядерного взаимодействия, могут служить "шумящие" каналы электроники калориметров, то эффективность регистрации таких событий может сильно меняться от захода к заходу. Поэтому для подавления этого фона, оставшиеся события подвергались процедуре полной кинематической реконструкции, о которой рассказывается в следующем разделе.

5.3 Кинематическая реконструкция событий $\pi^+\pi^-2\pi^0$

Как уже отмечалось, изучаемый процесс $e^+e^- \to \pi^+\pi^-2\pi^0$ дает в конечном состоянии две заряженные частицы и четыре фотона. При полной регистрации всех частиц конечного состояния можно уточнить по методу максимального правдоподобия измеряемые в детекторе значения импульсов и углов частиц, используя дополнительные кинематические условия. Этот метод активно используется при обработке данных и подробно изложен в работе [43].

При изучении указанного процесса метод кинематической реконструкции использовался следующим образом. Отбирались события согласно условиям из Раздела 5.2. После этого находились все пары фотонов с инвариантной массой $90 < m_{\gamma\gamma} < 170$ МэВ$/c^2$, которые в дальнейшем мы будем называть π^0-кандидатами. Далее, из них отбирались только те пары π^0-кандидатов, которые не имеют общих фотонов. Каждая такая комбинация четырех фотонов, совместно с двумя треками, являлась кандидатом на событие $\pi^+\pi^-2\pi^0$ и подвергалась процедуре полной кинематической реконструкции. Для каждой такой комбинации мы имеем 18 измеренных параметров — по три на каждую из шести частиц. Кинематических условий, связывающих эти параметры между собой, шесть (см. 5.1) — закон сохранения энергии, три проекции закона сохранения импульса и два требования на инвариантные массы пар фотонов, образующих π^0-кандидаты. Нам необходимо найти комбинацию, наилучшим образом удовлетворяющую этим кинематическим условиям, и уточнить значения измеренных параметров.

Параметрами кинематической реконструкции являлись:

- для заряженных частиц: $P_\perp$, θ, φ
- для фотонов: E_γ, θ_γ, ϕ_γ

В качестве параметра, задающего импульс заряженной частицы, выбиралась поперечная компонента импульса $P_\perp = P \cdot \sin\theta$, т.к. именно этот параметр, а также углы φ и θ измеряются в дрейфовой камере, и ковариационная матрица, задающая ошибки измерения параметров, в этих переменных выглядит более естественно.

Элементы ковариационной матрицы задавались соотношениями из Таблицы 5.1, в соответствии с экспериментальным разрешением детектора. При этом Q — заряд трека ($+1$ или -1), а параметры для описания разрешения выбирались следующие: $\sigma_{P_\perp} = 0,020$; $\sigma_\theta = 0,025$; $\sigma_\varphi = 0,01$; $\sigma_{E_\gamma} = 0,11$; $A_{\theta_\gamma} = 0,15$МэВ$^{1/2}$; $\sigma_{\theta_\gamma} = 0,011$; ${}_{\phi_\gamma} = 0,14$МэВ$^{1/2}$; $\sigma_{\phi_\gamma} = 0,012$.

Таблица 5.1: Элементы ковариационной матрицы

$$
\begin{array}{lcll}
Cov(P^i_\perp, P^i_\perp) & = & (\sigma_{P_\perp} P^i_\perp)^2, & i = 1,2 \\
Cov(P^i_\perp, P^j_\perp) & = & 0 & i \neq j \\
Cov(\theta^i, \theta^j) & = & \sigma^2_\theta & i = 1,2; j = 1,2 \\
Cov(\varphi^i, \varphi^i) & = & \sigma^2_\varphi & i = 1,2 \\
Cov(\varphi^i, \varphi^j) & = & 0 & i \neq j \\
Cov(P^i_\perp, \varphi^i) & = & Q \cdot \sigma_{P_\perp} \sigma_\varphi & i = 1,2 \\
Cov(\varphi^i, P^i_\perp) & = & Q \cdot \sigma_{P_\perp} \sigma_\varphi & i = 1,2 \\
Cov(P^i_\perp, \varphi^j) & = & 0 & i \neq j \\
Cov(\varphi^i, P^j_\perp) & = & 0 & i \neq j \\
Cov(\theta^i, \varphi^j) & = & 0 & i = 1,2; j = 1,2 \\
Cov(\varphi^i, \theta^j) & = & 0 & i = 1,2; j = 1,2 \\
Cov(P^i_\perp, \theta^j) & = & 0 & i = 1,2; j = 1,2 \\
Cov(\theta^i, P^j_\perp) & = & 0 & i = 1,2; j = 1,2 \\
Cov(E^i_\gamma, E^i_\gamma) & = & (\sigma_{E_\gamma} E^i_\gamma)^2 & i = 1,2 \\
Cov(E^i_\gamma, E^j_\gamma) & = & 0 & i \neq j \\
Cov(\theta^i_\gamma, \theta^i_\gamma) & = & (A_{\theta_\gamma}/\sqrt{E^i_\gamma} + \sigma_{\theta_\gamma})^2 & i = 1,2 \\
Cov(\theta^i_\gamma, \theta^j_\gamma) & = & 0 & i \neq j \\
Cov(\phi^i_\gamma, \phi^i_\gamma) & = & (B_{\phi_\gamma}/\sqrt{E^i_\gamma} + \sigma_{\phi_\gamma})^2 & i = 1,2 \\
Cov(\phi^i_\gamma, \phi^j_\gamma) & = & 0 & i \neq j \\
Cov(\theta^i_\gamma, \phi^j_\gamma) & = & 0 & i = 1,2; j = 1,2 \\
Cov(\phi^i_\gamma, \theta^j_\gamma) & = & 0 & i = 1,2; j = 1,2 \\
Cov(\phi^i_\gamma, E^j_\gamma) & = & 0 & i = 1,2; j = 1,2 \\
Cov(E^i_\gamma, \phi^j_\gamma) & = & 0 & i = 1,2; j = 1,2 \\
Cov(\theta^i_\gamma, E^j_\gamma) & = & 0 & i = 1,2; j = 1,2 \\
Cov(E^i_\gamma, \theta^j_\gamma) & = & 0 & i = 1,2; j = 1,2
\end{array}
$$

Результатом процедуры кинематической реконструкции является набор новых значений для всех 18 оптимизируемых параметров, удовлетворяющий условиям (5.1), а также величина χ^2. Значение χ^2 представляет собой сумму квадратов отклонений вычисленных параметров от их начальных значений с учетом ковариационной матрицы. Такая величина характеризует достоверность гипотезы о том, что в детекторе зарегистрировано полное конечное состояние изучаемого процесса и условие минимальности этой величины позволяет выбрать в событии единственный $\pi^+\pi^-2\pi^0$ кандидат. После такого отбора в изучаемой области энергий остается 22128 событий.

5.4 Изучение динамики процесса $e^+e^- \to \pi^+\pi^-2\pi^0$

Как уже отмечалось, основной вклад в сечение процесса $e^+e^- \to \pi^+\pi^-2\pi^0$ дает промежуточное состояние $\omega\pi^0$, с последующим распадом $\omega \to \pi^+\pi^-\pi^0$. Благодаря относительно малой ширине ω-мезона, в конечном состоянии имеется практически монохроматический π^0-мезон отдачи с энергией

$$E_{\pi^0} = \frac{4E_{beam}^2 - M_\omega^2 + m_{\pi^0}^2}{4E_{beam}}\,, \tag{5.2}$$

а инвариантная масса трех оставшихся пионов близка к массе ω-мезона. Поскольку после кинематической реконструкции обеспечено точное сохранение энергии-импульса, то эту инвариантную массу можно выразить через параметры пиона отдачи

$$M_{recoil}(\pi^0) = \sqrt{(2E_{beam} - E_{\pi^0})^2 - P_{\pi^0}^2}\,. \tag{5.3}$$

Распределение по параметру $M_{recoil}(\pi^0)$ показано на Рис. 5.1 для энергии $2E_{beam} =$ 1.38 ГэВ. В гистограмму заносятся обе массы отдачи, соответствующие обоим π^0-мезонам. Хорошо виден сигнал от промежуточного состояния $\omega\pi^0$. Данные представлены точками с ошибками, а линия показывает их аппроксимацию суммой вкладов сигнала ω-мезона и гладкой подложки. Сигнал ω-мезона представлялся в виде свертки:

$$S_\omega(x) = N_\omega \cdot \int BW(y)G(x-y)dy\,, \tag{5.4}$$

где $x \equiv M_{recoil}(\pi^0)$, $BW(x)$ – функция Брейт-Вигнера:

$$BW(x) = \frac{1}{\pi} \cdot \frac{\Gamma_\omega/2}{(x-M_\omega)^2 + \Gamma_\omega^2/4}\,,$$

$G(x)$ – функция отклика детектора, представляемая в виде:

$$G(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_0}\exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma_0^2}\right),$$

N_ω – число событий процесса $\omega\pi^0$, M_ω и Γ_ω – масса и ширина ω-мезона, σ_0 – вклад разрешения детектора в наблюдаемую ширину сигнала.

Подложка представлялась в виде функции:

$$F(z) = A_0 \cdot z^\alpha \cdot (1-z)^\beta \ , \tag{5.5}$$

где $z = (x - x_{min})/(x_{max} - x_{min})$, а x_{max} и x_{min} – кинематически допустимые пределы изменения M_{recoil}. Параметры N_ω, A_0, α, β, σ_0 и M_ω являлись свободными при аппроксимации, а значение Γ_ω фиксировалось [44]. Вклад разрешения детектора σ_0 в наблюдаемую ширину сигнала составляет около 10 МэВ.

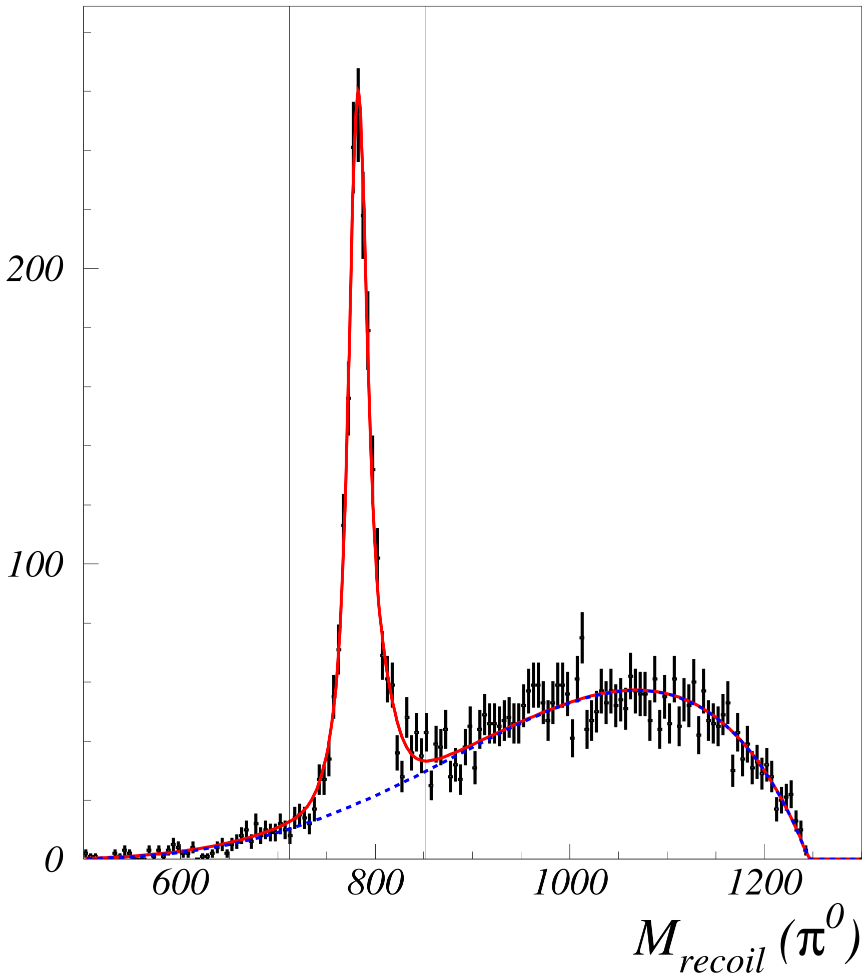

Рис. 5.1: Распределение по $M_{recoil}(\pi^0)$ для событий $\pi^+\pi^-2\pi^0$

Найденное в результате такой аппроксимации число событий N_ω позволяет объяснить промежуточным состоянием $\omega\pi^0$ только 60% событий, что является указанием на присутствие вкладов от дополнительных процессов.

Для дальнейшего анализа данные были разбиты на два класса:

I. $min(|M_{recoil}(\pi^0) - M_\omega|) \ < \ 70$ МэВ,

II. $min(|M_{recoil}(\pi^0) - M_\omega|) \ > \ 70$ МэВ,

где M_ω — масса ω-мезона [44].

В первом классе содержатся в основном события $\omega\pi^0$, в то время как во втором их примесь относительно мала.

На рисунке 5.2 показаны распределения по парным инвариантным массам пионов $M_{inv}(\pi^\pm\pi^0)$ и $M_{inv}(\pi^+\pi^-)$ для событий из второго класса. Спектр $M_{inv}(\pi^\pm\pi^0)$ имеет ярко выраженный сигнал от заряженных $\rho^\pm$-мезонов, в то время как спектр $M_{inv}(\pi^+\pi^-)$ относительно гладкий и не содержит явного указания на сигнал от нейтрального ρ^0-мезона. Сплошными линиями показана аппроксимация спектров суммой сигнала от ρ-мезонов и гладкой комбинаторной подложкой. Сигнал от ρ-мезона представлен в виде функции Гаусса, в то время как подложка аппроксимировалась функцией, аналогичной (5.5).

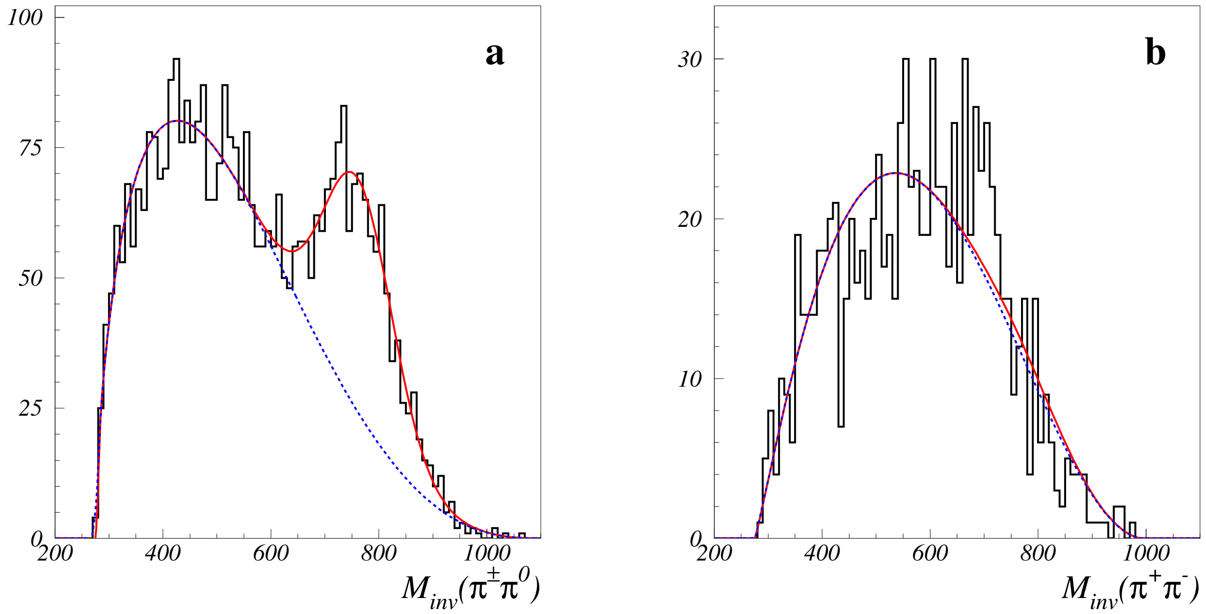

Рис. 5.2: Распределения по $M_{inv}(\pi^\pm\pi^0)$ и $M_{inv}(\pi^+\pi^-)$ для событий $\pi^+\pi^-2\pi^0$ из второго класса

Для объяснения такой асимметрии выхода заряженных и нейтральных ρ-мезонов в рамках каскадной модели можно записать четыре различных механизма образования конечного четырех-пионного состояния (начальное адронное состояние обозначено как $\tilde{\rho}$):

1. Каскад $\tilde{\rho}^0 \ \rightarrow \ A\pi$; $A \ \rightarrow \ \rho\pi$ для случая промежуточного резонанса с изоспином $I_A = 0$. Примерами таких каскадов могут служить промежуточные состояния $\omega\pi^0$

и $h_1(1170)\pi^0$ и их особенностью является рождение нейтрального пиона уже в начальной вершине. Следовательно, такие каскады дают вклад только в конечное состояние $\pi^+\pi^-2\pi^0$ и не дают вклада в $2\pi^+2\pi^-$. Соотношение выхода ρ-мезонов при распаде $A \to \rho\pi$ определяется коэффициентами Клебша-Гордана и равняется, в этом случае, ρ^+:ρ^-:ρ^0 = 1:1:1.

2. Каскад $\tilde{\rho}^0 \to A\pi$; $A \to \rho\pi$ для случая промежуточного резонанса с изоспином $I_A = 1$ существенно отличается от предыдущего. Примерами таких каскадов могут служить промежуточные состояния $a_1(1260)\pi$, $a_2(1320)\pi$ и $\pi(1300)\pi$. Их особенностью является запрет на вершину $\tilde{\rho}^0 \to A^0\pi^0$ в силу сохранения изоспина. Следовательно, такие каскады дают вклад в конечное состояние $\pi^+\pi^-2\pi^0$ только в случаях распада $A^\pm \to \rho^\pm\pi^0$, в то время как распады $A^\pm \to \rho^0\pi^\pm$ дают вклад только в $2\pi^+2\pi^-$.

3. Каскад $\tilde{\rho}^0 \to A\rho$; $A \to \pi\pi$ для случая промежуточного резонанса с изоспином $I_A = 0$. Примером такого каскада может служить промежуточное состояние $\sigma\rho$. В этом случае в начальной вершине возможно рождение только ρ^0-мезонов, а соотношение конечных состояний $\pi^+\pi^-2\pi^0$ и $2\pi^+2\pi^-$ определяется коэффициентами Клебша-Гордана как 1/3 и 2/3, соответственно. Следует отметить, что интерференция пионов конечного состояния может заметно изменить это соотношение.

4. Каскад $\tilde{\rho}^0 \to A\rho$; $A \to \pi\pi$ для случая промежуточного резонанса с изоспином $I_A = 1$. Примером такого каскада может служить промежуточное состояние $\rho^+\rho^-$. В этом случае, в начальной вершине возможно рождение только $\rho^\pm$-мезонов и, следовательно, такие каскады дают вклад только в конечное состояние $\pi^+\pi^-2\pi^0$.

Следует заметить, что любой механизм образования ρ-мезонов, дающий вклад в конечное состояние $2\pi^+2\pi^-$, обязан давать заметный вклад для $\pi^+\pi^-2\pi^0$. С другой стороны, мы знаем, что сечения процессов $e^+e^- \to 2\pi^+2\pi^-$ и $e^+e^- \to \pi^+\pi^-2\pi^0$ соизмеримы в этой области энергий. Учитывая это, можно заключить, что наличие сигнала $\rho^\pm$ и отсутствие сигнала от ρ^0 может объясняться только каскадами второго типа. Механизмы образования ρ-мезонов по первой, третьей и четвертой схемам могут рассматриваться лишь как малая примесь, поскольку они либо не объясняют отсутствие сигнала ρ^0-мезона, либо — соотношение сечений для $2\pi^+2\pi^-$ и $\pi^+\pi^-2\pi^0$ конечных состояний.

Возможными кандидатами на промежуточный резонанс остаются $a_1(1260)$, $a_2(1320)$ и $\pi(1300)$ мезоны. Они имеют различные квантовые числа, что обуславливает различные ожидаемые распределения по углу вылета пиона отдачи (см. Таблицу 5.2).

Измерение углового распределения системы $\rho^\pm\pi^0$ (или пиона отдачи $\pi^\mp$), проводилось по следующей процедуре. Диапазон углов вылета заряженных пионов $-0,8 < \cos\theta_{\pi^\mp} <$

Таблица 5.2: Список резонансов с $I = 1$ и ожидаемое угловое распределение

		J^{PC}	$d\sigma/d\cos(\theta)$	χ^2/ndf
1	$a_1(1260)$	1^{++}	$const$	7.1/7
2	$\pi(1300)$	0^{-+}	$\sin^2(\theta)$	47.3/7
3	$a_2(1320)$	2^{++}	$1+\cos^2(\theta)$	37.0/7

$0,8$ разбивался на восемь равных интервалов по $\cos\theta_{\pi^{\mp}}$. Для каждого такого интервала накапливалась гистограмма по инвариантным массам $M(\pi^{\pm},\pi^0)$, аналогичная той, которая показана на рисунке 5.2. Для увеличения статистики в этих гистограммах, пять последних точек по энергии были объединены. После этого, число $\rho^{\pm}$-мезонов в каждой гистограмме определялось описанным выше способом. Полученное таким образом угловое распределение показано на Рис. 5.3. Линии показывают аппроксимацию этого распределения указанными в Таблице 5.2 гипотезами, а в последней колонке этой таблицы приводится критерий согласия соответствующей аппроксимации. Как видно из этой колонки, наилучшее согласие наблюдается для промежуточного состояния $a_1(1260)\pi$.

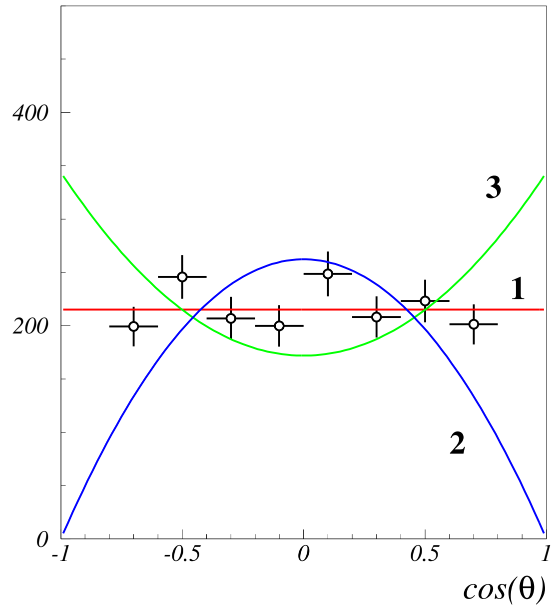

Рис. 5.3: Распределение по углу вылета $\pi^{\pm}$-мезона отдачи. Сплошные линии соответствуют гипотезам: **1** – $a_1(1260)\pi$; **2** – $\pi(1300)\pi$; **3** – $a_2(1320)\pi$

Для более детального количественного анализа примесей использовался метод максимального правдоподобия, о котором рассказывается в Разделе 5.5.

5.5 Извлечение параметров модели

Для извлечения вклада процесса $a_1(1260)\pi$, а также других возможных механизмов в конечном состоянии $\pi^+\pi^-2\pi^0$ использовался метод максимального правдоподобия [45], поскольку при таком подходе используется вся возможная информация о событии.

Кинематика каждого события полностью описывается набором измеренных четырех-импульсов $\vec{P} \equiv (p_{\pi^+}, p_{\pi^-}, p_{\pi^0}, p_{\pi^0})$ конечных пионов. Вероятность наблюдать событие в точке фазового пространства $\vec{P}$ пропорциональна квадрату матричного элемента:

$$w(\vec{P}, \vec{A}) \ \sim \ \varepsilon(\vec{P}) | \ \mathcal{M}(\vec{P}, \vec{A}) \ |^2 / \sigma_{vis}(\vec{A}) \tag{5.6}$$

где $\varepsilon(\vec{P})$ – эффективность регистрации события, $\vec{A}$ обозначает набор параметров, от которых зависит матричный элемент и которые требуется определить, а нормировочная функция $\sigma_{vis}(\vec{A})$ выражается через матричный элемент следующим образом:

$$\sigma_{vis}(\vec{A}) = \int \varepsilon(\vec{P}) | \ \mathcal{M}(\vec{P}, \vec{A}) \ |^2 \cdot \prod_{j=1}^{4} \frac{d^3\vec{\mathbf{p}}_j}{2\varepsilon_j}\,. \tag{5.7}$$

При этом предполагается, что вклад разрешения детектора в точность вычисления $w(\vec{P}, \vec{A})$ несущественен для плавно меняющихся матричных элементов. С другой стороны, поскольку разрешение детектора по инвариантной массе трех пионов около 10 МэВ, т.е. сравнимо с шириной ω-мезона, неточность измерения импульсов важна для событий из первого класса. Поэтому в процедуре минимизации участвовали события только из второго класса, для которых такое приближение оправдано.

Оптимальные значения $\vec{A}$ получались минимизацией (см. [46]) функции

$$L(\vec{A}) = -\sum_{i=1}^{N_2} \ln w(\vec{P}_i, \vec{A}) \ + \ \frac{(r(\vec{A}) - r_1)^2}{2\sigma_{r_1}^2}\,, \tag{5.8}$$

где i – номер события, $r_1 = \frac{N_1}{N_1+N_2}$ – измеренная доля событий в первом классе, N_1 и N_2 – числа событий в первом и во втором классах, а $r(\vec{A})$ - ожидаемая величина r_1. Последнее слагаемое (5.8) добавлено для фиксирования доли событий в первом классе, что позволяет определять относительную амплитуду промежуточного состояния $\omega\pi^0$.

Существенным является то, что эффективность регистрации $\varepsilon(\vec{P})$ не зависит от параметров модели $\vec{A}$ и слагаемое, которое возникает при подстановке (5.6) в (5.8),

$$\sum_{i=1}^{N_2} \ln \varepsilon(\vec{P})$$

можно опустить.

Значение нормировочной функции (5.7) определялось методом Монте-Карло [47]. Для этого использовался набор тестовых событий, разыгранный согласно фазовому объему [47] и прошедший через полное моделирование отклика детектора и процедуру реконструкции, что обеспечивает корректный учет эффективности регистрации детектора. В этом случае функция (5.7) равна среднему значению квадрата матричного элемента по событиям второго класса:

$$\sigma_{vis}(\vec{A}) = \frac{1}{N_2^{MC}} \sum_{i=1}^{N_2^{MC}} \mid \mathcal{M}(\vec{P}_i, \vec{A}) \mid^2 , \tag{5.9}$$

где N_2^{MC} — число этих событий в тестовом наборе.

Ожидаемая доля событий первого класса $r(\vec{A})$ в (5.8) определялась по этому же набору как:

$$r(\vec{A}) = \frac{\sum_{i=1}^{N_1^{MC}} \mid \mathcal{M}(\vec{P}_i, \vec{A}) \mid^2}{\sum_{i=1}^{N^{MC}} \mid \mathcal{M}(\vec{P}_i, \vec{A}) \mid^2} , \tag{5.10}$$

где N_1^{MC} – число событий первого класса в тестовом наборе, а $N^{MC} = N_1^{MC} + N_2^{MC}$.

5.6 Моделирование процесса $e^+e^- \to 4\pi$

Для получения распределений по параметрам, используемым при обработке данных, а также для расчёта эффективности регистрации детектором процессов $e^+e^- \to 4\pi$, применялась программа моделирования CMD2SIM [48], написанная на основе пакета GEANT [49]. Эта программа содержит описание рабочих систем и пассивного вещества детектора КМД-2 и функционально состоит из трёх частей.

1. На этапе первичного моделирования генерируются импульсы частиц конечного состояния с плотностью вероятности, соответствующей матричному элементу изучаемого процесса.

2. На следующем этапе моделируется прохождение каждой частицы через элементы детектора с учётом их размера, расположения в пространстве и свойств материалов, из которых он состоит.

3. На последнем этапе моделируется отклик систем детектора: амплитуды и времена прихода сигналов на проволочки дрейфовой камеры, времена и амплитуды анодных сигналов и амплитуды катодных сигналов Z-камеры, энерговыделение в кристаллах CsI калориметра и момент срабатывания трубок годоскопа пробежной системы.

Более подробно об этапах 2 и 3 рассказывается в работе [48]. Написание программ первичного моделирования для первого этапа явилось частью настоящей работы и ниже кратко излагается алгоритм “стандартной” части таких программ.

В этом Разделе предполагается, что мы имеем выражение для матричного элемента любого интересующего нас процесса и умеем “генерировать” набор четырех-импульсов конечных пионов, удовлетворяющий законам сохранения энергии-импульса и равновероятно заполняющий весь доступный фазовый объем. Для краткости в этом Разделе мы будем называть такой набор 4-импульсов “событием”. Используемый нами способ генерации таких “событий” подробно изложен и обоснован в книге [47].

Алгоритм[1] состоит в следующем:

1. В начале вычисляем, используя первые 10000 “событий”, максимальное значение (X_{max}) квадрата матричного элемента.

2. Генерируем очередное событие и вычисляем для него квадрат матричного элемента $X \equiv |\mathcal{M}|^2$.

3. Генерируется случайное число x, равномерно заполняющее интервал значений от 0 до 1. Если оказывается, что $x > X/X_{max}$, то “событие” отбрасывается и мы возвращаемся ко второму шагу. Иначе — “событие” принимается и передается программе полного моделирования.

В следующем разделе приводятся выражения для матричных элементов наиболее существенных, с нашей точки зрения, механизмов рождения конечного состояния 4π в e^+e^- аннигиляции.

5.7 Каскадная модель рождения 4π

В этом разделе мы обсудим детали простой каскадной модели, которая была использована для анализа экспериментальных данных. Обозначим начальное адронное состояние[2], которое рождается из виртуального фотона, как $\tilde{\rho}$. В качестве возможных механизмов распада $\tilde{\rho} \to 4\pi$ мы рассмотрели следующие наиболее вероятные[3], с нашей точки зрения, процессы:

1. $\tilde{\rho} \to a_1\pi \to 4\pi$,

[1] Излагаемый ниже алгоритм представляет собой стандартный метод Неймана [45,47] и приводится здесь только ради полноты изложения.

[2] Так как начальное адронное состояние рождается из виртуального фотона ($e^+e^- \to \gamma^* \to \tilde{\rho}$), а затем распадается на 4π, то оно имеет квантовые числа ρ-мезона: $I^G\, J^{PC} = 1^+\, 1^{--}$.

[3] При этом мы исходим из предположения о наибольшем влиянии ближайших по энергии резонансов.

2. $\tilde{\rho} \to \omega\pi \to 4\pi$,

3. $\tilde{\rho} \to h_1\pi \to \rho\pi\pi \to 4\pi$,

4. $\tilde{\rho} \to \rho^+\rho^- \to 4\pi$,

5. $\tilde{\rho} \to \pi'\pi \to \rho\pi\pi \to 4\pi$,

6. $\tilde{\rho} \to \sigma\rho \to 4\pi$,

7. $\tilde{\rho} \to a_2\pi \to \rho\pi\pi \to 4\pi$.

Обозначим 4-вектор поляризации состояния $\tilde{\rho}$ через $\tilde{e}_\mu$. Так как начальное адронное состояние рождается из виртуального фотона, то из-за сохранения спиральности 4-вектор $\tilde{e}_\mu$ имеет отличными от нуля только пространственные компоненты (обозначим их $\tilde{\mathbf{e}}_\perp$), поперечные к оси соударения электронов и позитронов. Представим матричный элемент T для распада $\tilde{\rho} \to X \to 4\pi$ в виде

$$T \;=\; \tilde{e}_\mu J^\mu \,, \tag{5.11}$$

где J^μ обозначает выражение для соответствующего адронного тока. Тогда, для неполяризованных электронов и позитронов, квадрат матричного элемента можно представить в виде

$$\overline{\mid T \mid^2} = \frac{1}{2} \mid \mathbf{J}_\perp \mid^2 , \tag{5.12}$$

где черта означает усреднение по поляризациям $\tilde{\rho}$.

Вероятность распада $\tilde{\rho} \to 4\pi$ выражается через $\overline{\mid T \mid^2}$ следующим образом:

$$\Gamma(s) = \frac{1}{2\sqrt{s}} \int \overline{\mid T \mid^2} \, (2\pi)^4 \delta^{(4)}(\sum_{i=1}^{4} p_i - P) \prod_{i=1}^{4} \frac{d\mathbf{p}_i}{2\varepsilon_i (2\pi)^3} \,, \tag{5.13}$$

где P – 4-импульс $\tilde{\rho}$-мезона ($P^0 = \sqrt{s}$, $\mathbf{P} = 0$), $p_i = (\varepsilon_i, \mathbf{p}_i)$ – 4-импульсы конечных пионов.

В последующих разделах 5.7.1 - 5.7.7 приведены выражения для матричных элементов и соответствующего им тока[4] $\mathbf{J}$ для рассмотренных выше каскадных распадов. Все матричные элементы обеспечивают сохранение изовекторного тока и получены в предположении, что наибольший вклад в нашей области энергий дают низшие парциальные волны.

[4]Приводятся только пространственные компоненты, т.к. только они входят в выражение (5.12). Выражения для тока выписаны в системе покоя $\tilde{\rho}$.

5.7.1 Вклад $a_1(1260)\pi$

Резонанс $a_1(1260)$ имеет квантовые числа $I^G\,J^{PC} = 1^-\,1^{++}$. Матричный элемент, отвечающий распаду $\tilde\rho(P)\to a_1(q)\pi(p)$, с учетом квантовых чисел пиона можно записать в виде

$$T(\tilde\rho\to a_1\pi) = F_{\tilde\rho a_1\pi}\varepsilon^{abc}(P_\mu\tilde e^a_\nu - P_\nu\tilde e^a_\mu)q_\mu A^{b*}_\nu\phi^{c*}\,, \tag{5.14}$$

где ε^{abc} – антисимметричный тензор, a,b,c – изоспиновые индексы, $\tilde e_\mu$ и A^b_μ – вектора поляризаций $\tilde\rho$ и a_1 мезонов, ϕ^c – волновая функция пиона, $F_{\tilde\rho a_1\pi}$ – скалярная размерная функция, зависящая от виртуальностей начальных и конечных частиц.

Следует заметить, что конкретный вид функции $F_{\tilde\rho a_1\pi}(P^2,q^2,p^2)$ нельзя определить исходя из первых принципов и, как было замечено выше, он входит в теоретическую неопределённость модели. Для простоты мы будем предполагать, что все эти функции факторизуются:

$$F_{\tilde\rho a_1\pi}(P^2,q^2,p^2) \;=\; f_{\tilde\rho a_1\pi}\cdot F_{\tilde\rho}(P^2)F_{a_1}(q^2)F_\pi(p^2)\,, \tag{5.15}$$

где $f_{\tilde\rho a_1\pi}$ — размерная комплексная константа, а $F_{\tilde\rho}(P^2)$, $F_{a_1}(q^2)$ и $F_\pi(p^2)$ — безразмерные функции (формфакторы) с нормировкой $F_X(M_X^2) = 1$. Поскольку все конечные пионы находятся на массовой поверхности, то $F_\pi = 1$.

Согласно последним результатам группы CLEO-II [50], резонанс $a_1(1260)$ может распадаться в три пиона не только через $\rho\pi$, но так же и через $\sigma\pi$. Поэтому, для распада $a_1\to 3\pi$ мы рассмотрели оба эти процесса.

Матричные элементы, отвечающие переходам $a_1(q)\to\rho(P')\pi(p)$ и $a_1(q)\to\sigma(P')\pi(p)$ можно записать в виде

$$\begin{aligned} T(a_1\to\rho\pi) &= F_{a_1\rho\pi}\varepsilon^{abc}q_\mu A^a_\nu(P'_\mu e^{b*}_\nu - P'_\nu e^{b*}_\mu)\phi^{c*}\,,\\ T(a_1\to\sigma\pi) &= F_{a_1\sigma\pi}(q_\mu A^a_\nu - q_\nu A^a_\mu)P'_\mu p_\nu\phi^{a*}\,, \end{aligned} \tag{5.16}$$

где e^b_μ – вектор поляризаций ρ-мезона.

Матричные элементы $T(\rho\to\pi\pi)$ и $T(\sigma\to\pi\pi)$ имеют вид:

$$\begin{aligned} T(\rho\to\pi\pi) &= F_{\rho\pi\pi}\varepsilon^{abc}e^a_\mu(p^{(b)}_\mu - p^{(c)}_\mu)\phi^{b*}\phi^{c*}\,,\\ T(\sigma\to\pi\pi) &= F_{\sigma\pi\pi}\phi^{a*}\phi^{a*}\,, \end{aligned} \tag{5.17}$$

где $p^{(b)}_\mu$ и $p^{(c)}_\mu$ – 4-импульсы соответствующих пионов.

Согласно правилам диаграммной техники, с помощью (5.14), (5.16) и (5.17) получаем следующее выражение для вклада $a_1(1260)$ в ток $\mathbf{J}$ в распаде $\tilde\rho^0\to\pi^+(p_1)\pi^+(p_2)\pi^-(p_3)\pi^-(p_4)$:

$$\mathbf{J}^{++--}_{a_1\to\rho\pi} = G\,[\mathbf{t}_1(p_1,p_2,p_3,p_4) + \mathbf{t}_1(p_1,p_4,p_3,p_2) + \mathbf{t}_1(p_2,p_1,p_3,p_4)$$

$$
\begin{aligned}
&+\mathbf{t}_1(p_2,p_4,p_3,p_1)+\mathbf{t}_1(p_1,p_2,p_4,p_3)+\mathbf{t}_1(p_1,p_3,p_4,p_2)\\
&+\mathbf{t}_1(p_2,p_1,p_4,p_3)+\mathbf{t}_1(p_2,p_3,p_4,p_1)]\ ,\\
\mathbf{J}^{++--}_{a_1\to\sigma\pi} = {}& G\,[\mathbf{t}_2(p_1,p_2,p_3,p_4)-\mathbf{t}_2(p_1,p_4,p_3,p_2)+\mathbf{t}_2(p_2,p_1,p_3,p_4)\\
&-\mathbf{t}_2(p_2,p_4,p_3,p_1)+\mathbf{t}_2(p_1,p_2,p_4,p_3)-\mathbf{t}_2(p_1,p_3,p_4,p_2)\\
&+\mathbf{t}_2(p_2,p_1,p_4,p_3)-\mathbf{t}_2(p_2,p_3,p_4,p_1)]\ ,
\end{aligned}
\tag{5.18}
$$

где

$$
\begin{aligned}
\mathbf{t}_1(p_1,p_2,p_3,p_4) = {}& \frac{F^2_{a_1}(q^2)}{D_{a_1}(P-p_4)D_\rho(p_1+p_3)}\times\\
&\times\{(E-\varepsilon_4)[\mathbf{p}_1(E\varepsilon_3-p_4p_3)-\mathbf{p}_3(E\varepsilon_1-p_4p_1)]\\
&-\mathbf{p}_4[\varepsilon_1(p_4p_3)-\varepsilon_3(p_4p_1)]\}\,,
\end{aligned}
\tag{5.19}
$$

$$
\begin{aligned}
\mathbf{t}_2(p_1,p_2,p_3,p_4) = {}& \frac{z\,F^2_{a_1}(q^2)}{D_{a_1}(P-p_4)D_\sigma(p_1+p_3)}\times\\
&\times(P-p_4)^2\,[(E-\varepsilon_4)\mathbf{p}_2+\varepsilon_2\mathbf{p}_4]
\end{aligned}
$$

P - начальный 4-импульс ($P^0 = E$, $\mathbf{P} = 0$), $p_i = (\varepsilon_i, \mathbf{p}_i)$, $1/D_A(q)$, $1/D_\rho(q)$ и $1/D_\sigma(q)$ – пропагаторы a_1, ρ и σ мезонов, $F_{a_1}(q^2)$ - формфактор, z – безразмерная комплексная константа, G - функция начальной энергии E, пропорциональная амплитуде рождения $\tilde{\rho}$. Поскольку моделирование проводилось при фиксированных значениях E, то конкретный вид функции G несущественен. Значение константы z извлекалось из данных с помощью процедуры минимизации (см. Раздел 5.5) и об этом более подробно рассказывается в Разделе 5.9.

Аналогично (5.18), для вклада $a_1(1260)$ в ток $\mathbf{J}$ в распаде $\tilde{\rho}^0 \to \pi^+(p_1)\pi^-(p_4)\pi^0(p_2)\pi^0(p_3)$ имеем:

$$
\begin{aligned}
\mathbf{J}^{+-00}_{a_1\to\rho\pi} &= G\,[-\mathbf{t}_1(p_4,p_2,p_3,p_1)+\mathbf{t}_1(p_1,p_2,p_3,p_4)\\
&\quad-\mathbf{t}_1(p_4,p_3,p_2,p_1)+\mathbf{t}_1(p_1,p_3,p_2,p_4)]\ ,\\
\mathbf{J}^{+-00}_{a_1\to\sigma\pi} &= G\,[\mathbf{t}_2(p_2,p_1,p_3,p_4)-\mathbf{t}_2(p_2,p_4,p_3,p_1)]\ .
\end{aligned}
\tag{5.20}
$$

Для вклада $a_1(1260)$ в ток $\mathbf{J}_{a_1}$ в распаде $\tilde{\rho}^- \to \pi^+(p_1)\pi^0(p_2)\pi^-(p_3)\pi^-(p_4)$ имеем:

$$
\begin{aligned}
\mathbf{J}^{+0--}_{a_1\to\rho\pi} = {}& -G\,[\mathbf{t}_1(p_1,p_3,p_4,p_2)+\mathbf{t}_1(p_1,p_4,p_3,p_2)+\mathbf{t}_1(p_2,p_1,p_3,p_4)\\
&+\mathbf{t}_1(p_2,p_1,p_4,p_3)-\mathbf{t}_1(p_1,p_3,p_2,p_4)-\mathbf{t}_1(p_1,p_4,p_2,p_3)]\ ,\\
\mathbf{J}^{+0--}_{a_1\to\sigma\pi} = {}& G\,[\mathbf{t}_2(p_1,p_3,p_4,p_2)+\mathbf{t}_2(p_1,p_4,p_3,p_2)-\\
&-\mathbf{t}_2(p_1,p_2,p_3,p_4)-\mathbf{t}_2(p_1,p_2,p_4,p_3)]\ .
\end{aligned}
\tag{5.21}
$$

Для вклада $a_1(1260)$ в ток $\mathbf{J}_{a_1}$ в распаде $\tilde{\rho}^- \to \pi^0(p_1)\pi^0(p_2)\pi^0(p_3)\pi^-(p_4)$ имеем:

$$\begin{aligned}\mathbf{J}^{000-}_{a_1\to\rho\pi} &= G\left[\mathbf{t}_1(p_4,p_1,p_2,p_3)+\mathbf{t}_1(p_4,p_1,p_3,p_2)+\mathbf{t}_1(p_4,p_2,p_1,p_3)\right.\\ &\quad\left.+\,\mathbf{t}_1(p_4,p_2,p_3,p_1)+\mathbf{t}_1(p_4,p_3,p_1,p_2)+\mathbf{t}_1(p_4,p_3,p_2,p_1)\right]\,, \qquad (5.22)\\ \mathbf{J}^{000-}_{a_1\to\sigma\pi} &= G\left[\mathbf{t}_2(p_1,p_4,p_2,p_3)+\mathbf{t}_2(p_1,p_4,p_3,p_2)+\mathbf{t}_2(p_2,p_4,p_3,p_1)-\right.\\ &\quad\left.-\mathbf{t}_2(p_1,p_2,p_3,p_4)-\mathbf{t}_2(p_1,p_3,p_2,p_4)-\mathbf{t}_2(p_2,p_3,p_1,p_4)\right]\,.\end{aligned}$$
(5.23)

5.7.2 Вклад $\omega\pi$

Резонанс ω имеет квантовые числа $I^G\,J^{PC} = 0^-\,1^{--}$. Матричный элемент перехода $\tilde{\rho}(\mathcal{P}) \to \omega(q)\pi(p)$ имеет вид:

$$T(\tilde{\rho}\to\omega\pi) = F_{\tilde{\rho}\omega\pi}\varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta}\mathcal{P}_\mu q_\nu \tilde{e}^a_\alpha e^*_\beta \phi^{a*}\,, \qquad (5.24)$$

где e_β – поляризация ω-мезона. Аналогично записывается матричный элемент перехода $\omega\to\rho\pi$.

Промежуточное состояние $\omega\pi^0$ дает вклад в распады $\tilde{\rho}^0 \to \pi^+(p_1)\pi^0(p_2)\pi^0(p_3)\pi^-(p_4)$, $\tilde{\rho}^- \to \pi^+(p_1)\pi^-(p_2)\pi^-(p_3)\pi^0(p_4)$ и $\tilde{\rho}^+ \to \pi^-(p_1)\pi^+(p_2)\pi^+(p_3)\pi^0(p_4)$.

Соответствующий ток равен:

$$\begin{aligned}\mathbf{J}^{+-00}_\omega &= G_\omega\left[\mathbf{t}_\omega(p_2,p_4,p_1,p_3)-\mathbf{t}_\omega(p_2,p_1,p_4,p_3)\right.\\ &\quad\left.-\,\mathbf{t}_\omega(p_2,p_3,p_1,p_4)\right]+(p_2\leftrightarrow p_3)\,,\end{aligned} \qquad (5.25)$$

где

$$\mathbf{t}_\omega(p_1,p_2,p_3,p_4) = \frac{F^2_\omega(q^2)}{D_\omega(P-p_1)D_\rho(p_3+p_4)} \qquad (5.26)$$
$$\times\{(\varepsilon_4\mathbf{p}_3-\varepsilon_3\mathbf{p}_4)(\mathbf{p}_1\mathbf{p}_2)-\mathbf{p}_2(\varepsilon_4\mathbf{p}_1\mathbf{p}_3-\varepsilon_3\mathbf{p}_1\mathbf{p}_4)-\varepsilon_2[\mathbf{p}_3(\mathbf{p}_1\mathbf{p}_4)-\mathbf{p}_4(\mathbf{p}_1\mathbf{p}_3)]\}\,,$$

ε_i – энергии соответствующих пионов, $F_\omega(q^2)$ – формфактор.

5.7.3 Вклад $h_1(1170)\pi^0$

Резонанс $h_1(1170)$ имеет квантовые числа $I^G\,J^{PC} = 0^-\,1^{+-}$. Он, как и ω, дает вклад только в смешанном канале. Матричные элементы, отвечающие переходам $\tilde{\rho}(P)\to h_1(q)\pi^0(p)$ и $h_1(q)\to\rho(P)\pi(p)$, имеют вид

$$\begin{aligned}T(\tilde{\rho}\to h_1\pi^0) &= F_{\tilde{\rho}h_1\pi}(P_\mu\tilde{e}_\nu - P_\nu\tilde{e}_\mu)q_\mu H^*_\nu\phi^{3*}\,,\\ T(h_1\to\rho\pi) &= F_{h_1\rho\pi}q_\mu H_\nu(P_\mu e^{a*}_\nu - P_\nu e^{a*}_\mu)\phi^{a*}\,,\end{aligned} \qquad (5.27)$$

где H_μ – вектор поляризаций h_1.

С помощью (5.27) и (5.17) получаем следующее выражение для вклада h_1 в ток $\mathbf{J}$ в распаде $\tilde\rho \to \pi^+(p_1)\pi^-(p_4)\pi^0(p_2)\pi^0(p_3)$:

$$\begin{aligned}\mathbf{J}_{h_1}^{+-00} &= G_{h_1}\left[\mathbf{t}_{h_1}(p_1,p_4,p_3,p_2) - \mathbf{t}_{h_1}(p_4,p_1,p_3,p_2)\right.\\ &\quad \left. - \mathbf{t}_{h_1}(p_1,p_3,p_4,p_2)\right] + (p_2 \leftrightarrow p_3)\,, \end{aligned} \tag{5.28}$$

ток $\mathbf{t}_{h_1}$ определяется формулой (5.19) с заменой индексов $a_1 \to h_1$.

5.7.4 Вклад $\rho^+\rho^-$

Еще один вклад в амплитуду в смешанном канале связан с процессом $\tilde\rho \to \rho^+\rho^- \to 4\pi$. Матричный элемент, отвечающий переходу $\tilde\rho(P) \to \rho^+(p)\rho^-(q)$, равен

$$T(\tilde\rho \to \rho^+\rho^-) = F_{\tilde\rho\rho^+\rho^-}(P_\mu\tilde e_\nu - P_\nu\tilde e_\mu)[(p_\mu e_\alpha^{+*} - p_\alpha e_\mu^{+*})(q_\nu e_\alpha^{-*} - q_\alpha e_\nu)^{-*}) - (\mu \leftrightarrow \nu)] \tag{5.29}$$

где e_μ^+ и e_μ^- – вектора поляризаций ρ^+ и ρ^-.

Используя (5.29), находим вклад $\rho^+\rho^-$ в ток $\mathbf{J}$ в распаде $\tilde\rho \to \pi^+(p_1)\pi^-(p_4)\pi^0(p_2)\pi^0(p_3)$:

$$\begin{aligned}\mathbf{J}_{\rho\rho}^{+-00} &= \frac{G_{\rho\rho}F_\rho^2(p^2)F_\rho^2(q^2)}{D_\rho(p_1+p_2)D_\rho(p_3+p_4)}[\mathbf{p}_1(\varepsilon_3\mathbf{p}_2\mathbf{p}_4 - \varepsilon_4\mathbf{p}_2\mathbf{p}_3) - \mathbf{p}_2(\varepsilon_3\mathbf{p}_1\mathbf{p}_4 - \varepsilon_4\mathbf{p}_1\mathbf{p}_3)\\ &\quad -\mathbf{p}_3(\varepsilon_1\mathbf{p}_2\mathbf{p}_4 - \varepsilon_2\mathbf{p}_1\mathbf{p}_4) + \mathbf{p}_4(\varepsilon_1\mathbf{p}_2\mathbf{p}_3 - \varepsilon_2\mathbf{p}_1\mathbf{p}_3)] + (2 \leftrightarrow 3)\,, \end{aligned} \tag{5.30}$$

где $p = p_1 + p_2$ и $q = p_3 + p_4$.

5.7.5 Вклад $\pi(1300)\pi$

Резонанс $\pi(1300)$ имеет квантовые числа $I^G\,J^{PC} = 1^-\,0^{-+}$. Матричные элементы, отвечающие переходам $\tilde\rho(P) \to \pi'(q)\pi(p)$ и $\pi'(q) \to \rho(P)\pi(p)$, равны:

$$\begin{aligned}&T(\tilde\rho \to \pi'\pi) = F_{\tilde\rho\pi'\pi}\varepsilon^{3ab}(P_\mu\tilde e_\nu - P_\nu\tilde e_\mu)q_\mu p_\nu \phi'^{a*}\phi^{b*}\,,\\ &T(\pi' \to \rho\pi) = F_{\pi'\rho\pi}\varepsilon^{abc}q_\mu p_\nu(P_\mu e_\nu^{b*} - P_\nu e_\mu^{b*})\phi'^a\phi^{c*}\,. \end{aligned} \tag{5.31}$$

Отсюда получаем следующее выражение для вклада π' в ток $\mathbf{J}$ в распаде $\tilde\rho \to \pi^+(p_1)\pi^+(p_2)\pi^-(p_3)\pi^-(p_4)$:

$$\begin{aligned}\mathbf{J}_{\pi'}^{++--} &= G_{\pi'}\left[\mathbf{t}_{\pi'}(p_1,p_2,p_3,p_4) + \mathbf{t}_{\pi'}(p_2,p_1,p_3,p_4) + \mathbf{t}_{\pi'}(p_1,p_2,p_4,p_3)\right.\\ &\quad +\mathbf{t}_{\pi'}(p_2,p_1,p_4,p_3) + \mathbf{t}_{\pi'}(p_3,p_2,p_1,p_4) + \mathbf{t}_{\pi'}(p_4,p_2,p_1,p_3)\\ &\quad \left.+ \mathbf{t}_{\pi'}(p_3,p_1,p_2,p_4) + \mathbf{t}_{\pi'}(p_4,p_1,p_2,p_3)\right]\,. \end{aligned} \tag{5.32}$$

В смешанной моде $\tilde{\rho} \to \pi^+(p_1)\pi^-(p_4)\pi^0(p_2)\pi^0(p_3)$ соответствующий ток равен

$$\begin{aligned}\mathbf{J}^{+-00}_{\pi'} &= G_{\pi'}\left[\mathbf{t}_{\pi'}(p_1,p_2,p_3,p_4) + \mathbf{t}_{\pi'}(p_1,p_3,p_2,p_4)\right. \\ &\quad \left. + \mathbf{t}_{\pi'}(p_4,p_1,p_3,p_2) + \mathbf{t}_{\pi'}(p_4,p_1,p_2,p_3)\right]. \end{aligned} \tag{5.33}$$

В (5.32) и (5.33) введено обозначение

$$\mathbf{t}_{\pi'}(p_1,p_2,p_3,p_4) = \frac{F^2_{\pi'}(q^2)}{D_{\pi'}(P-p_1)D_\rho(p_2+p_4)}(p_2p_3 - p_4p_3)(p_2+p_4)^2\,\mathbf{p}_1\,. \tag{5.34}$$

5.7.6 Вклад $\rho\sigma$

Резонанс σ имеет квантовые числа $I^G\,J^{PC} = 0^+\,0^{++}$. Матричный элемент, отвечающий переходу $\tilde{\rho}(P) \to \sigma(q)\rho^0(p)$, равен:

$$T(\tilde{\rho} \to \sigma\rho^0) = F_{\tilde{\rho}\sigma\rho}(P_\mu\tilde{e}_\nu - P_\nu\tilde{e}_\mu)q_\mu e^*_\nu\phi^*_\sigma. \tag{5.35}$$

Соответствующий вклад в ток $\mathbf{J}$ в распаде $\tilde{\rho} \to \pi^+(p_1)\pi^+(p_2)\pi^-(p_3)\pi^-(p_4)$ равен:

$$\begin{aligned}\mathbf{J}^{++--}_{\sigma} &= G_\sigma\left[\mathbf{t}_\sigma(p_1,p_2,p_3,p_4) + \mathbf{t}_\sigma(p_2,p_1,p_3,p_4)\right. \\ &\quad \left. + \mathbf{t}_\sigma(p_1,p_2,p_4,p_3) + \mathbf{t}_\sigma(p_2,p_1,p_4,p_3)\right]. \end{aligned} \tag{5.36}$$

В смешанной моде $\tilde{\rho} \to \pi^+(p_1)\pi^-(p_4)\pi^0(p_2)\pi^0(p_3)$ ток равен

$$\mathbf{J}^{+-00}_\sigma = G_\sigma\mathbf{t}_\sigma(p_1,p_2,p_3,p_4)\,, \tag{5.37}$$

где

$$\mathbf{t}_\sigma(p_1,p_2,p_3,p_4) = \frac{F^2_\sigma(q^2)}{D_\sigma(p_2+p_3)D_\rho(p_1+p_4)}(\varepsilon_4\mathbf{p}_1 - \varepsilon_1\mathbf{p}_4)\,. \tag{5.38}$$

5.7.7 Вклад $a_2(1320)\pi$

Резонанс a_2 имеет квантовые числа $I^G\,J^{PC} = 1^-\,2^{++}$. Матричные элементы, отвечающие переходам $\tilde{\rho}(P) \to a_2(q)\pi(p)$ и $a_2(q) \to \rho(P')\pi(p)$, можно записать в виде

$$\begin{aligned} T(\tilde{\rho} \to a_2\pi) &= F_{\tilde{\rho}a_2\pi}\varepsilon^{3ab}\varepsilon_{\mu,\nu\rho\lambda}P_\mu\tilde{e}_\nu p_\rho A^{a*}_{\lambda\gamma}p_\gamma q_\mu\phi^{b*}\,, \\ T(a_2 \to \rho\pi) &= F_{a_2\rho\pi}\varepsilon^{abc}\varepsilon_{\mu,\nu\rho\lambda}P'_\mu e^{a*}_\nu p_\rho A^b_{\lambda\gamma}p_\gamma\phi^{c*} \end{aligned} \tag{5.39}$$

где $A^a_{\mu\nu}$ – тензор поляризации a_2.

Вклад a_2 в ток $\mathbf{J}$ в распадах $\tilde{\rho} \to \pi^+(p_1)\pi^+(p_2)\pi^-(p_3)\pi^-(p_4)$ и $\tilde{\rho} \to \pi^+(p_1)\pi^-(p_4)\pi^0(p_2)\pi^0(p_3)$ дается формулами (5.18) и (5.20) с заменой $\mathbf{t}_1 \to \mathbf{t}_{a_2}$, где

$$\mathbf{t}_{a_2}(p_1,p_2,p_3,p_4) = \frac{F^2_{a_2}(q^2)}{D_A(P-p_4)D_\rho(p_1+p_3)} \tag{5.40}$$
$$\times\{E(\mathbf{p}_4\times\mathbf{p}_2)[\mathbf{p}_1\times\mathbf{p}_3,\mathbf{p}_2] + [p_2p_4-(p_2q)(p_4q)/m^2_{a2}][\mathbf{p}_1(\varepsilon_3\mathbf{p}_2\mathbf{p}_4-\varepsilon_2\mathbf{p}_4\mathbf{p}_3)$$
$$-\mathbf{p}_3(\varepsilon_1\mathbf{p}_4\mathbf{p}_2)-\varepsilon_2\mathbf{p}_4\mathbf{p}_1)+\mathbf{p}_2(\varepsilon_1\mathbf{p}_3\mathbf{p}_4-\varepsilon_3\mathbf{p}_1\mathbf{p}_4)]\}\,,$$

где $q = P - p_4$, P – начальный 4-импульс.

5.7.8 Вид пропагаторов

Функции $D(q)$ в пропагаторах частиц $1/D(q)$ мы представляем в виде

$$D(q) = q^2 - M^2 + iM\Gamma\frac{g(q^2)}{g(M^2)}\,, \tag{5.41}$$

где M и Γ — масса и ширина соответствующей частицы, а функция $g(s)$ описывает зависимость ширины этой частицы от виртуальности. При $q^2 = M^2$ имеем $D = iM\Gamma$, в соответствии с обычным определением массы и ширины резонанса.

В случае ρ-мезона для функции $g_\rho(q)$ мы использовали представление

$$g_\rho(s) = s^{-1/2}(s-4m^2_\pi)^{3/2}\,. \tag{5.42}$$

Функция $g_{a_1}(s)$ в пропагаторе a_1 равна:

$$\begin{aligned} g_{a_1}(s) \;&=\; F^2_{a_1}(s)\int \Big\{\left|\frac{\varepsilon_2\mathbf{p}_1-\varepsilon_1\mathbf{p}_2}{D_\rho(p_1+p_2)} + \frac{\varepsilon_2\mathbf{p}_3-\varepsilon_3\mathbf{p}_2}{D_\rho(p_2+p_3)} + \frac{z\sqrt{s}\mathbf{p}_2}{D_\sigma(p_1+p_3)}\right|^2 + \\ &+\frac{|z|^2 s}{3!}\left|\frac{\mathbf{p}_1}{D_\sigma(p_2+p_3)} + \frac{\mathbf{p}_2}{D_\sigma(p_1+p_3)} + \frac{\mathbf{p}_3}{D_\sigma(p_1+p_2)}\right|^2\Big\}\times \\ &\times\frac{d\mathbf{p}_1\,d\mathbf{p}_2\,d\mathbf{p}_3\,\delta^{(4)}(p_1+p_2+p_3-Q)}{2\varepsilon_1 2\varepsilon_2 2\varepsilon_3(2\pi)^5}\,, \end{aligned} \tag{5.43}$$

где $Q^0 = \sqrt{s}$, $\mathbf{Q} = 0$. Первое слагаемое в фигурных скобках соответствует распаду $a_1 \to \pi^+\pi^-\pi^0$, а второе — $a_1 \to 3\pi^0$.

Функция $g_\omega(s)$ в пропагаторе $D_\omega(q)$ равна:

$$\begin{aligned} g_\omega(s) \;&=\; F^2_\omega(s)\int\left|\frac{\mathbf{p}_1\times\mathbf{p}_2}{D_\rho(p_1+p_2)} + \frac{\mathbf{p}_2\times\mathbf{p}_3}{D_\rho(p_2+p_3)} + \frac{\mathbf{p}_3\times\mathbf{p}_1}{D_\rho(p_1+p_3)}\right|^2 \\ &\times\frac{d\mathbf{p}_1\,d\mathbf{p}_2\,d\mathbf{p}_3\,\delta^{(4)}(p_1+p_2+p_3-Q)}{2\varepsilon_1 2\varepsilon_2 2\varepsilon_3(2\pi)^5}\,. \end{aligned} \tag{5.44}$$

Функция $g_{h_1}(s)$ в пропагаторе h_1 равна:

$$\begin{aligned} g_{h_1}(s) \;&=\; F^2_{h_1}(s)\int\left|\frac{\varepsilon_2\mathbf{p}_1-\varepsilon_1\mathbf{p}_2}{D_\rho(p_1+p_2)} - \frac{\varepsilon_2\mathbf{p}_3-\varepsilon_3\mathbf{p}_2}{D_\rho(p_2+p_3)} - \frac{\varepsilon_3\mathbf{p}_1-\varepsilon_1\mathbf{p}_3}{D_\rho(p_1+p_3)}\right|^2 \\ &\times\frac{d\mathbf{p}_1\,d\mathbf{p}_2\,d\mathbf{p}_3\,\delta^{(4)}(p_1+p_2+p_3-Q)}{2\varepsilon_1 2\varepsilon_2 2\varepsilon_3(2\pi)^5}\,. \end{aligned} \tag{5.45}$$

Функция $g_{\pi'}(s)$ в пропагаторе π' равна:

$$\begin{aligned} g_{\pi'}(s) &= F^2_{\pi'}(s) \int \left| \frac{\varepsilon_1 \mathbf{p}_2 \mathbf{p}_3 - \varepsilon_2 \mathbf{p}_1 \mathbf{p}_3}{D_\rho(p_1+p_2)} + \frac{\varepsilon_3 \mathbf{p}_1 \mathbf{p}_2 - \varepsilon_2 \mathbf{p}_1 \mathbf{p}_3}{D_\rho(p_2+p_3)} \right|^2 \\ &\times \frac{d\mathbf{p}_1\, d\mathbf{p}_2\, d\mathbf{p}_3\, \delta^{(4)}(p_1+p_2+p_3-Q)}{2\varepsilon_1 2\varepsilon_2 2\varepsilon_3 (2\pi)^5} \,. \end{aligned} \tag{5.46}$$

Функция $g_\sigma(s)$ в пропагаторе σ равна:

$$g_\sigma(s) = (1 - 4m_\pi^2/s)^{1/2} \,. \tag{5.47}$$

Функция $g_{a_2}(s)$ в пропагаторе a_2 равна:

$$g_{a_2}(s) = F^2_{a_2}(s) \int \mathcal{F}_{ij} \mathcal{F}^*_{ij} \frac{d\mathbf{p}_1\, d\mathbf{p}_2\, d\mathbf{p}_3\, \delta^{(4)}(p_1+p_2+p_3-Q)}{2\varepsilon_1 2\varepsilon_2 2\varepsilon_3 (2\pi)^5} \,, \tag{5.48}$$

где

$$\mathcal{F}_{ij}(s) = \frac{(\mathbf{p}_2 \times \mathbf{p}_3)^i \mathbf{p}_1^j}{D_\rho(p_2+p_3)} + \frac{(\mathbf{p}_1 \times \mathbf{p}_3)^i \mathbf{p}_2^j}{D_\rho(p_1+p_3)} + (i \leftrightarrow j) \tag{5.49}$$

Функции $g_{a_1}(s)$, $g_{h_1}(s)$, $g_{\pi'}(s)$ и $g_{a2}(s)$ расчитывались методом Монте-Карло.

Формфакторы $F_\rho(s)$, $F_\omega(s)$, $F_\sigma(s)$, $F_{h_1}(s)$, $F_{\pi'}(s)$ и $F_{a_2}(s)$ заменялись на единицу, а в качестве формфактора $F_{a_1}(s)$ использовалась функция $F_{a_1}(s) = (1 + M^2_{a_1}/\Lambda)/(1 + s/\Lambda)$ с $\Lambda = 1,2$ ГэВ^2. Отдельно проверялось, что оба предельных случая с $\Lambda \to \infty$ и $\Lambda \to 0$ продолжают вполне удовлетворительно описывать данные.

5.8 Сравнение событий $\pi^+\pi^-2\pi^0$ с моделированием

Как уже указывалось в Разделе 5.4, мы вправе ожидать, что для изучаемого процесса $e^+e^- \to \pi^+\pi^-2\pi^0$ основную роль играют промежуточные состояния $\omega\pi^0$ и $a_1(1260)\pi$. Поэтому сравнение экспериментальных данных с возможными моделями образования конечного состояния $\pi^+\pi^-2\pi^0$ начнем именно с них.

Поскольку оба эти процесса дают сравнимый вклад в конечное состояние, то не исключено, что интерференция между ними существенна. Поэтому выражение для матричного элемента выбиралось в следующем виде:

$$| \mathcal{M}(\vec{P}, \vec{A}) |^2 = |\mathbf{J}^{+-00}_{\omega\pi^0} + Z_{a_1} \cdot \mathbf{J}^{+-00}_{a_1\pi}|^2 \,,$$

где Z_{a_1} — относительная (к $\omega\pi^0$) комплексная амплитуда $a_1(1260)\pi$, а выражения для адронного тока $\mathbf{J}^{+-00}_{\omega\pi^0}$ и $\mathbf{J}^{+-00}_{a_1\pi}$ приведены в Разделе 5.7. Свободными параметрами такой модели являются коэффициенты Z_{a_1} и параметры резонанса $a_1(1260)$ — масса и ширина. Поскольку даже для максимально доступной энергии ВЭПП-2М процесс $a_1(1260)\pi$

идет ниже своего энергетического порога, масса и ширина $a_1(1260)$-мезона сильно коррелируют в нашей оптимизации (см. Раздел 5.5). Поэтому масса резонанса $a_1(1260)$ фиксировалась из [44] ($M_{a_1} = 1,23$ ГэВ), а ширина оставалась свободным параметром. Оптимальное значение для ширины $a_1(1260)$ оказалось $\Gamma_{a_1} = 0,45 \pm 0,03$ ГэВ, что согласуется с табличными значениями [44].

Процедура оптимизации проверялась на событиях полного моделирования изучаемых процессов с заранее выбранными параметрами. Значения получаемых в результате оптимизации параметров с точностью до ошибок соответствовали используемым для моделирования, что показывает корректность данной процедуры. Оптимальное значение функции правдоподобия для моделирования процесса $e^+e^- \to \omega\pi^0 + a_1\pi \to \pi^+\pi^-2\pi^0$ (${L^{MC}}_{min} = 1260 \pm 30$) согласуется со значением для экспериментальных данных (см. Таблицу 5.3).

Для детального сравнения данных с рассматриваемой моделью было проведено полное моделирование изучаемого процесса с параметрами матричных элементов, полученными из оптимизации. Такое сравнение проводилось для трех точек по энергии: $2E_{beam} = 1,38$; $1,28$ и $1,18$ ГэВ.

Для целей сравнения использовались следующие распределения:

- $M_{inv}(\pi^\pm\pi^0)$ — Инвариантная масса заряженного и нейтрального пионов. На каждое событие имеется четыре такие комбинации пионов и все они заносятся в эту гистограмму.
- $M_{recoil}(\pi^\pm)$ — Масса отдачи к заряженному пиону. В гистограмму заносятся обе возможные комбинации.
- $M_{inv}(\pi^+\pi^-)$ — Инвариантная масса двух заряженных пионов.
- $M_{inv}(\pi^0\pi^0)$ — Инвариантная масса двух нейтральных пионов.
- $cos(\theta_{\pi^\pm\pi^0})$, где $\theta_{\pi^\pm\pi^0}$ — угол между заряженными и нейтральными пионами. Имеется четыре таких комбинации.
- $cos(\theta_{\pi^+\pi^-})$, где $\theta_{\pi^+\pi^-}$ — угол между заряженными пионами.
- $cos(\theta_{\pi^0\pi^0})$, где $\theta_{\pi^0\pi^0}$ — угол между нейтральными пионами.
- $M_{recoil}(\pi^0)$ — Масса отдачи к нейтральному пиону. В гистограмму заносятся обе возможные комбинации.

Поскольку матричный элемент процесса $\omega\pi^0$ имеет наименьшую теоретическую неопределенность, события из первого класса (т.е. в основном события $\omega\pi^0$) использовались для тестирования полного моделирования детектора. На Рис. 5.4 показан набор тестовых распределений для этих событий при энергии $2E_{beam} = 1,38$ ГэВ. Здесь и далее экспериментальные данные показаны точками с ошибками, а гистограмма соответствует моделированию.

Хорошее согласие между экспериментальными данными и моделированием позволяет нам сделать вывод, что полное моделирование детектора воспроизводит как кинематические особенности изучаемого процесса, так и однородность эффективности регистрации событий $\pi^+\pi^-2\pi^0$.

Аналогичные распределения для событий из второго класса, где примесь $\omega\pi^0$ незначительна ($\sim 5\%$), приведены на Рис. 5.5. Следует отметить хорошее согласие для всех приведенных распределений.

Соответствующие распределения для точек $2E_{beam} = 1,28$ и $1,18$ ГэВ показаны на Рисунках 5.6 и 5.7.

Для сравнения приведем набор тестовых распределений для альтернативных моделей:

- $\omega\pi^0$ и $a_2(1320)\pi$ — рисунок 5.8,
- $\omega\pi^0$ и $\pi(1300)\pi$ — рисунок 5.9,
- $\omega\pi^0$ и $\sigma\rho$ — рисунок 5.10,
- $\omega\pi^0$ и $\rho^+\rho^-$ — рисунок 5.11,
- $\omega\pi^0$ и $h_1(1170)\pi^0$ — рисунок 5.12.

Во всех этих случаях свободным параметром являлась относительная комплексная амплитуда изучаемого процесса по отношению к $\omega\pi^0$, а параметры резонансов фиксировались из [44]. Значения функции правдоподобия (5.8) и коэффициенты Z, соответствующие этим минимизациям, приведены в Таблице 5.3.

Таблица 5.3: Параметры моделей, получаемые при оптимизации

Модель	L_{min}	$\|Z\|$	$(\arg Z)^\circ$
$\omega\pi^0 + a_1\pi$	1255	$0,097 \pm 0,005$	-171 ± 6
$\omega\pi^0 + a_2\pi$	1958	$18,3 \pm 0,7$	48 ± 6
$\omega\pi^0 + \pi'\pi$	1547	$1,20 \pm 0,05$	64 ± 5
$\omega\pi^0 + \rho\sigma$	2362	$1,24 \pm 0,05$	45 ± 10
$\omega\pi^0 + \rho^+\rho^-$	1661	$5,8 \pm 0,2$	8 ± 6
$\omega\pi^0 + h_1\pi^0$	1621	$0,080 \pm 0,002$	-164 ± 8

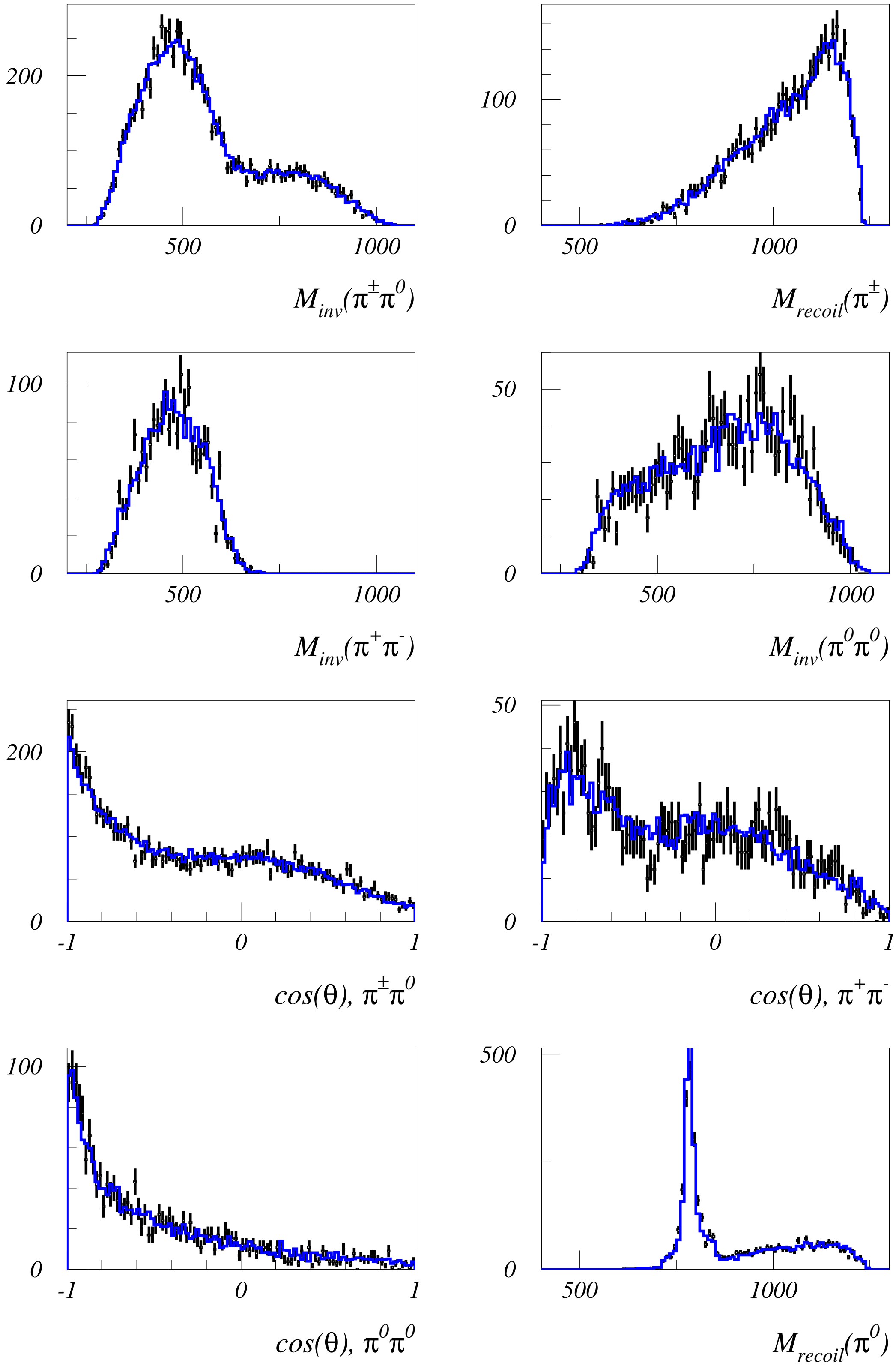

Рис. 5.4: Сравнение моделирования $\omega\pi^0$ и $a_1(1260)\pi$ с набором тестовых распределений для событий $\pi^+\pi^-2\pi^0$ из первого класса в точке $2E_{beam} = 1,38$ ГэВ.

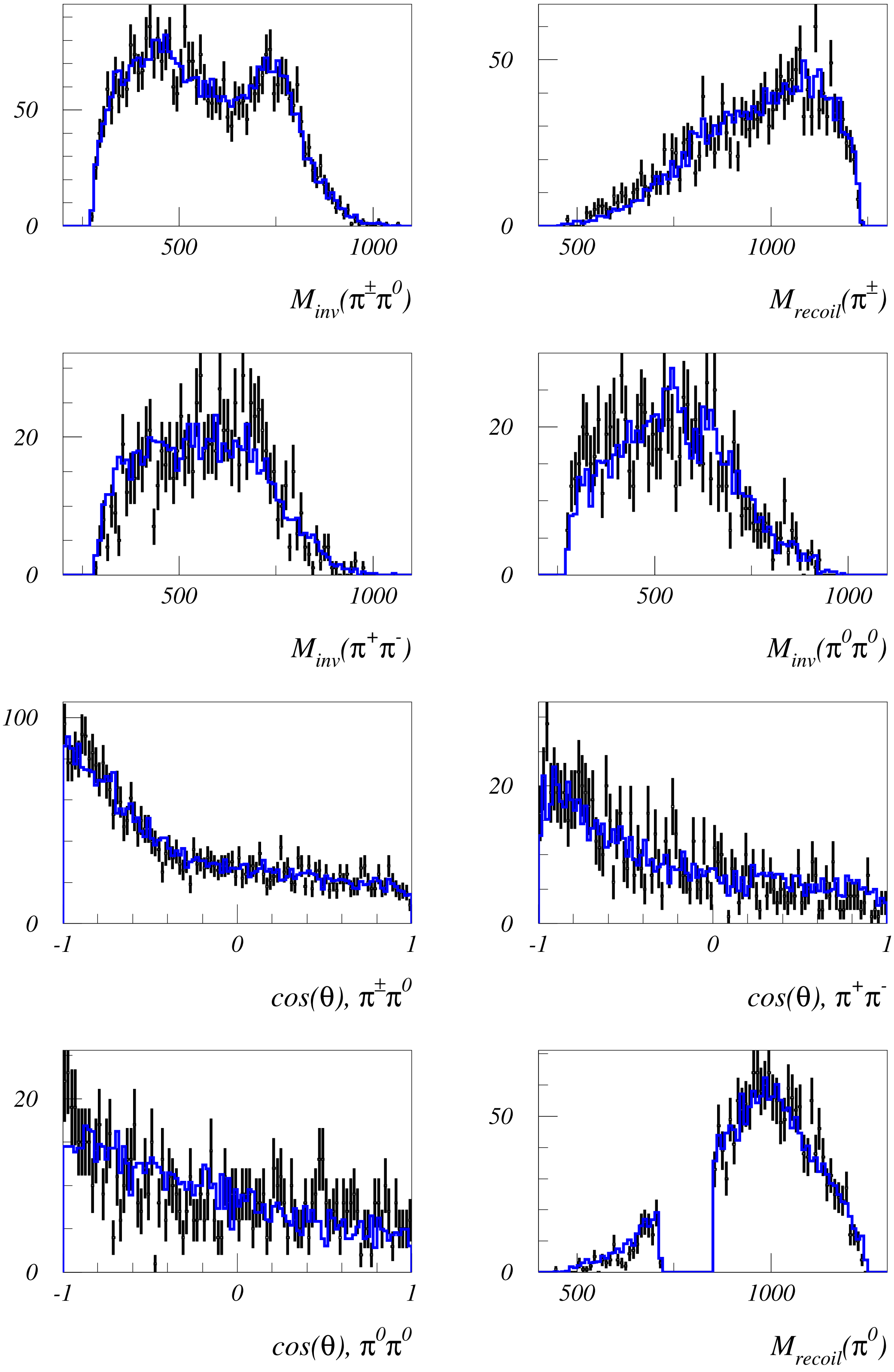

Рис. 5.5: Сравнение моделирования $\omega\pi^0$ и $a_1(1260)\pi$ с набором тестовых распределений для событий $\pi^+\pi^-2\pi^0$ из второго класса в точке $2E_{beam} = 1,38$ ГэВ.

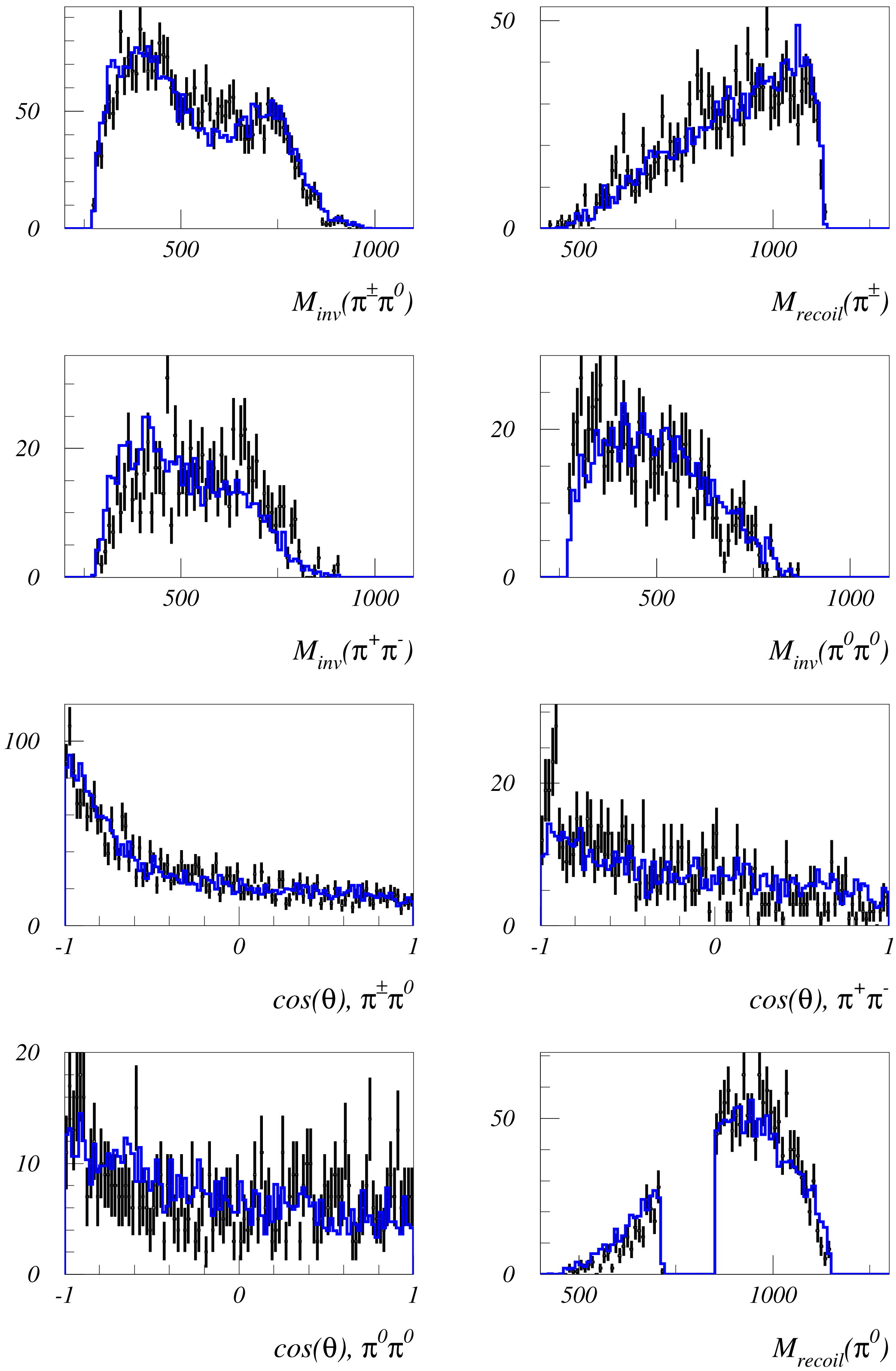

Рис. 5.6: Сравнение моделирования $\omega\pi^0$ и $a_1(1260)\pi$ с набором тестовых распределений для событий $\pi^+\pi^-2\pi^0$ из второго класса в точке $2E_{beam} = 1,28$ ГэВ.

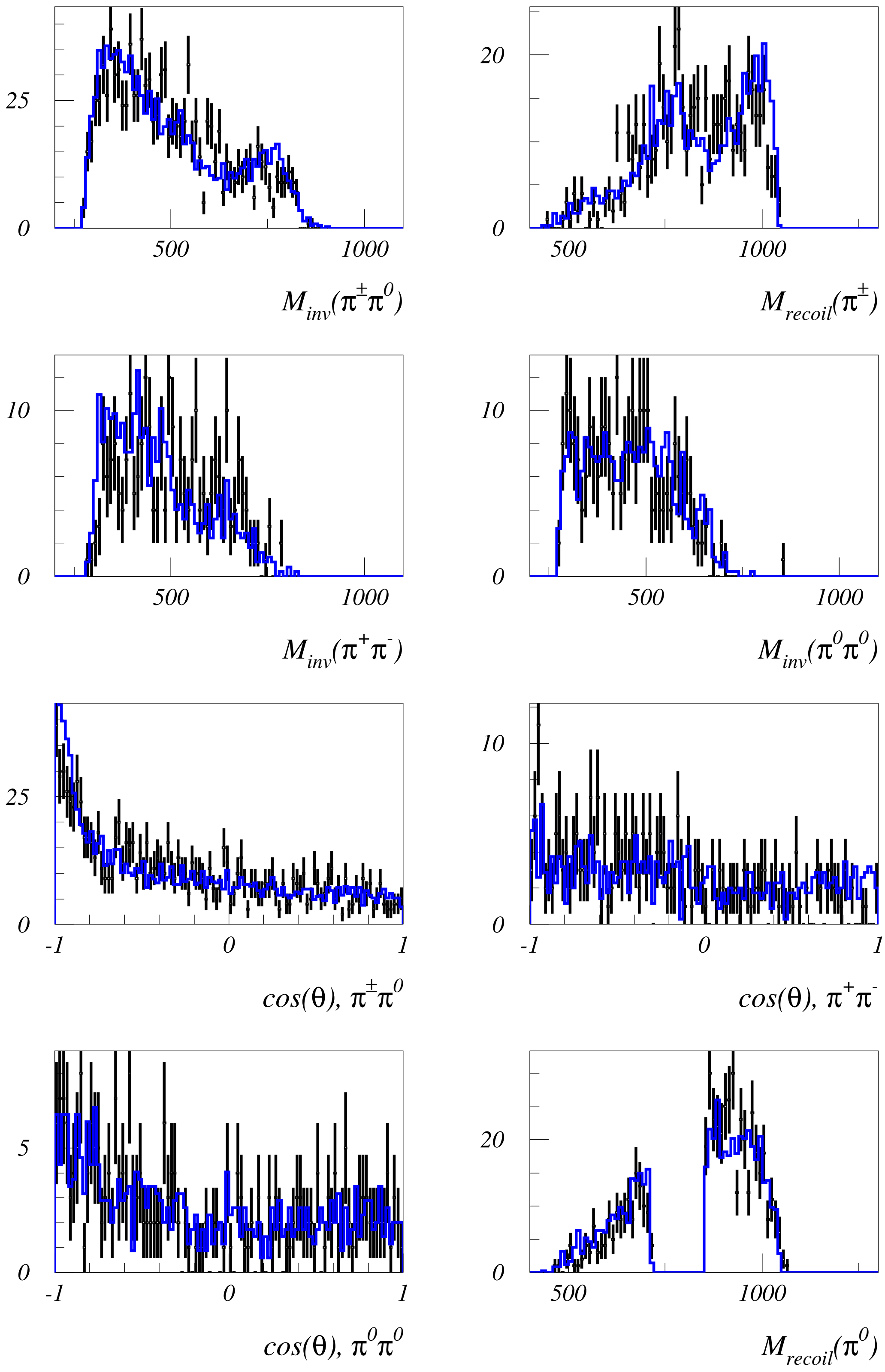

Рис. 5.7: Сравнение моделирования $\omega\pi^0$ и $a_1(1260)\pi$ с набором тестовых распределений для событий $\pi^+\pi^-2\pi^0$ из второго класса в точке $2E_{beam} = 1,18$ ГэВ.

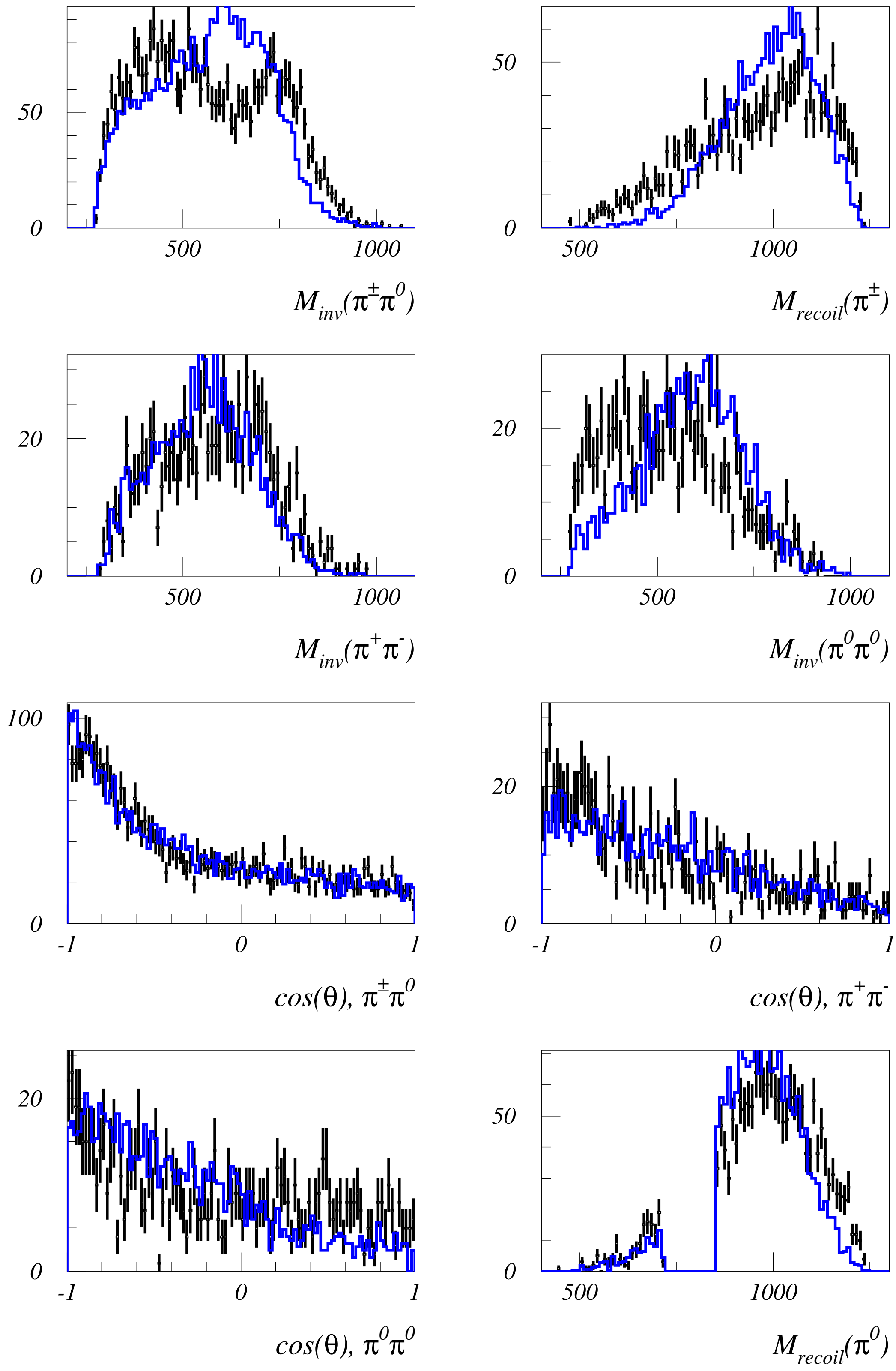

Рис. 5.8: Сравнение моделирования $\omega\pi^0$ и $a_2(1320)\pi$ с набором тестовых распределений для событий $\pi^+\pi^-2\pi^0$ из второго класса в точке $2E_{beam} = 1,38$ ГэВ.

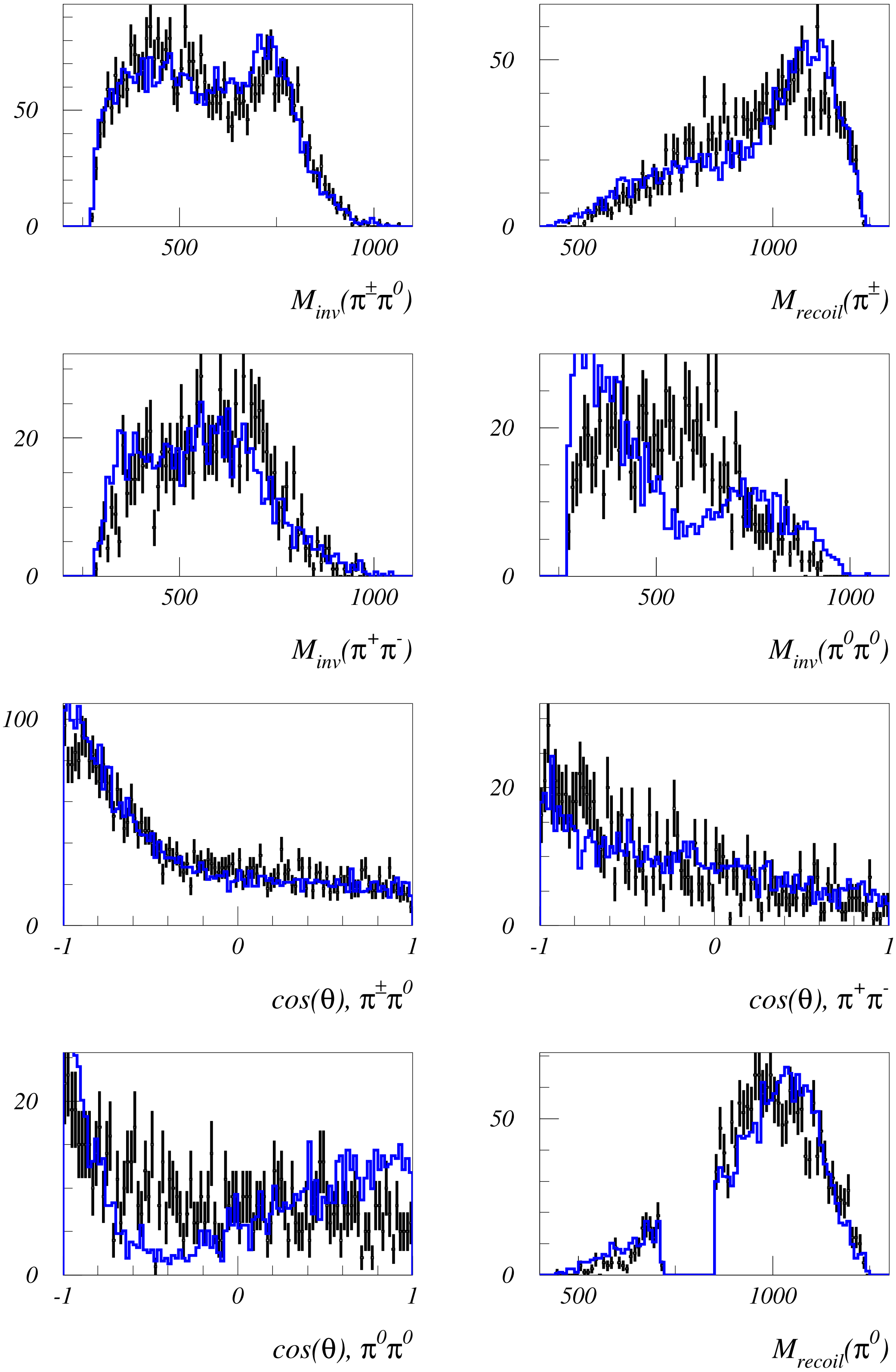

Рис. 5.9: Сравнение моделирования $\omega\pi^0$ и $\pi(1300)\pi$ с набором тестовых распределений для событий $\pi^+\pi^-2\pi^0$ из второго класса в точке $2E_{beam} = 1,38$ ГэВ.

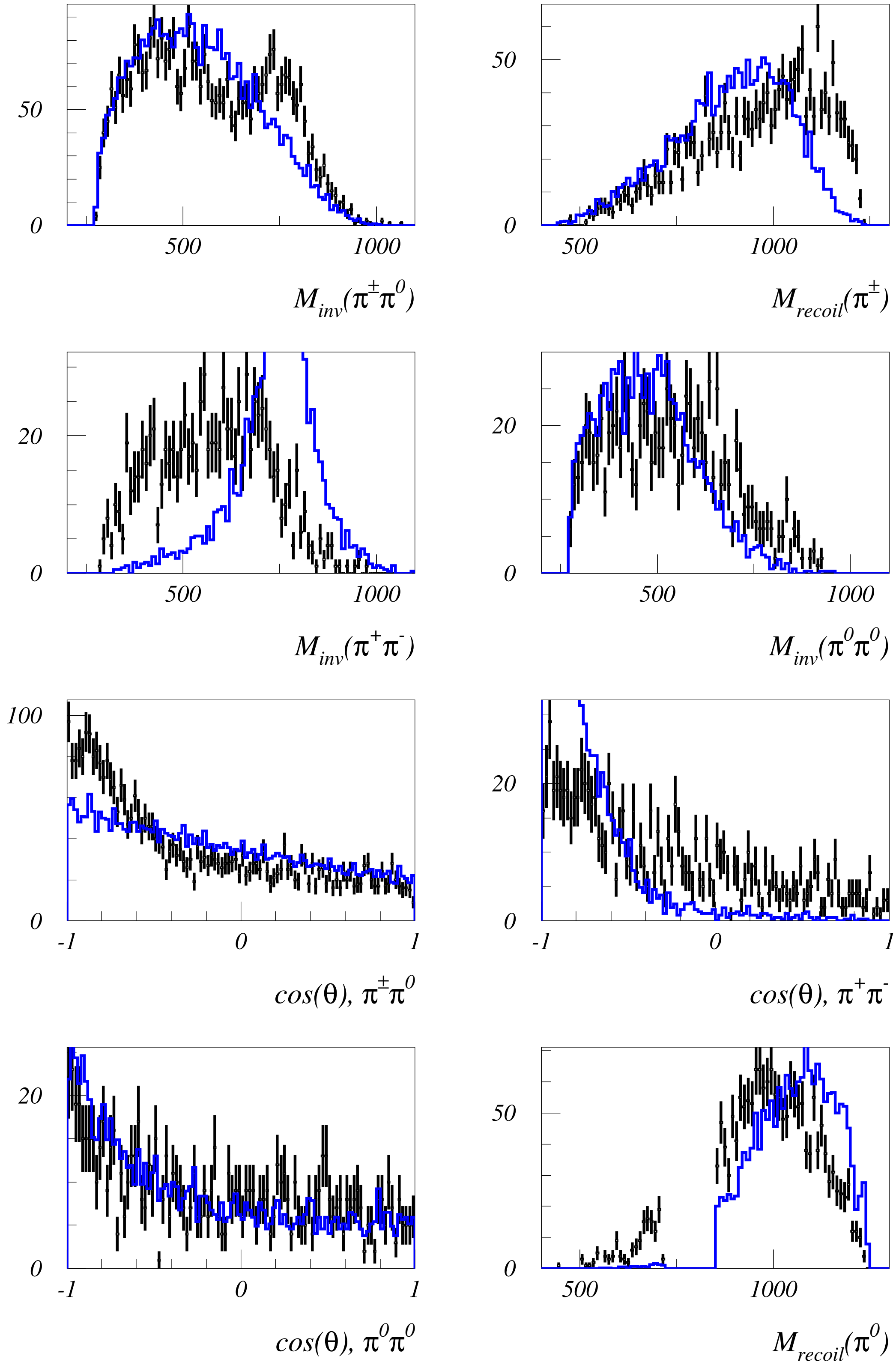

Рис. 5.10: Сравнение моделирования $\omega\pi^0$ и $\sigma\rho$ с набором тестовых распределений для событий $\pi^+\pi^-2\pi^0$ из второго класса в точке $2E_{beam} = 1,38$ ГэВ.

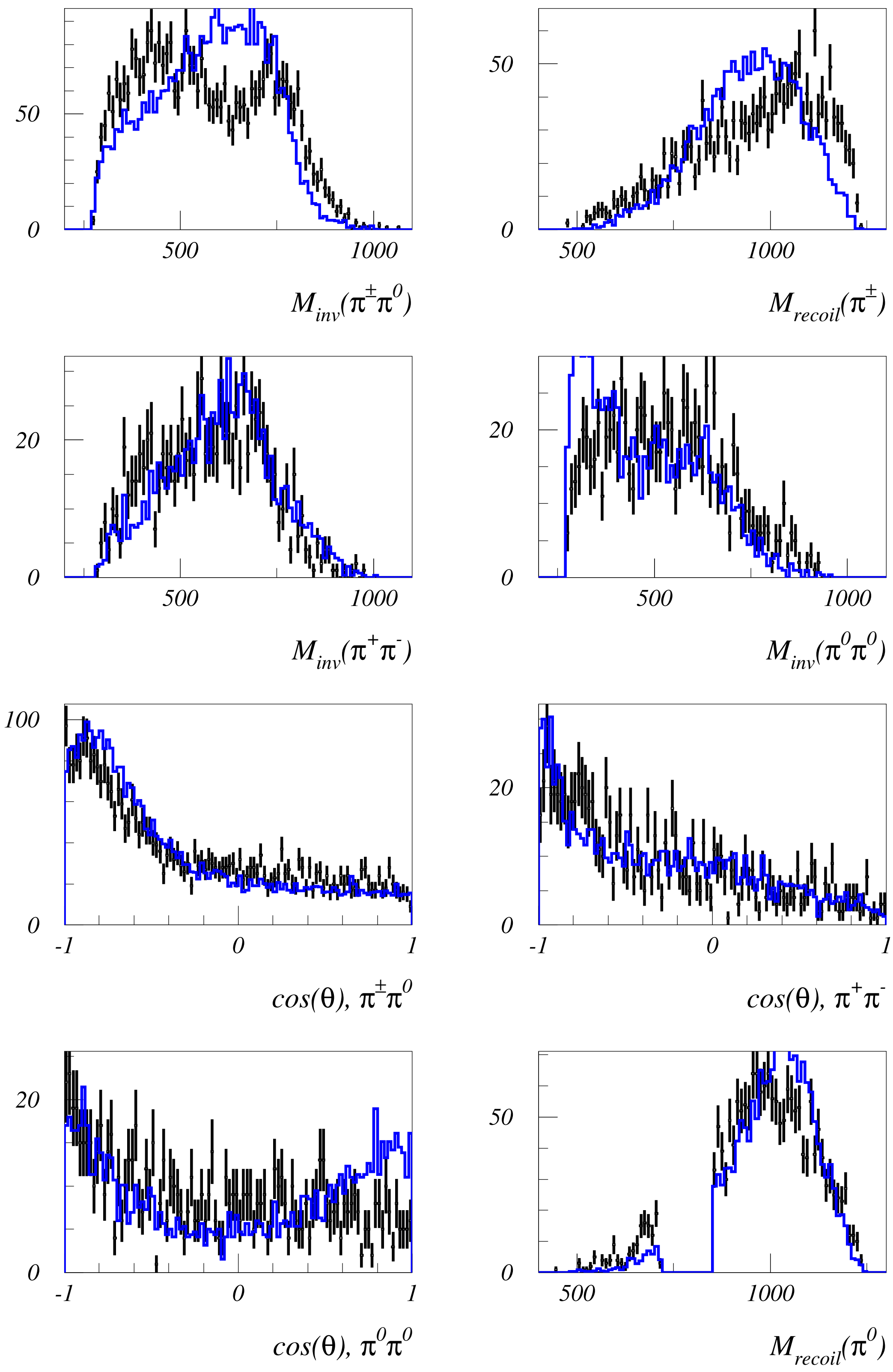

Рис. 5.11: Сравнение моделирования $\omega\pi^0$ и $\rho^+\rho^-$ с набором тестовых распределений для событий $\pi^+\pi^-2\pi^0$ из второго класса в точке $2E_{beam} = 1,38$ ГэВ.

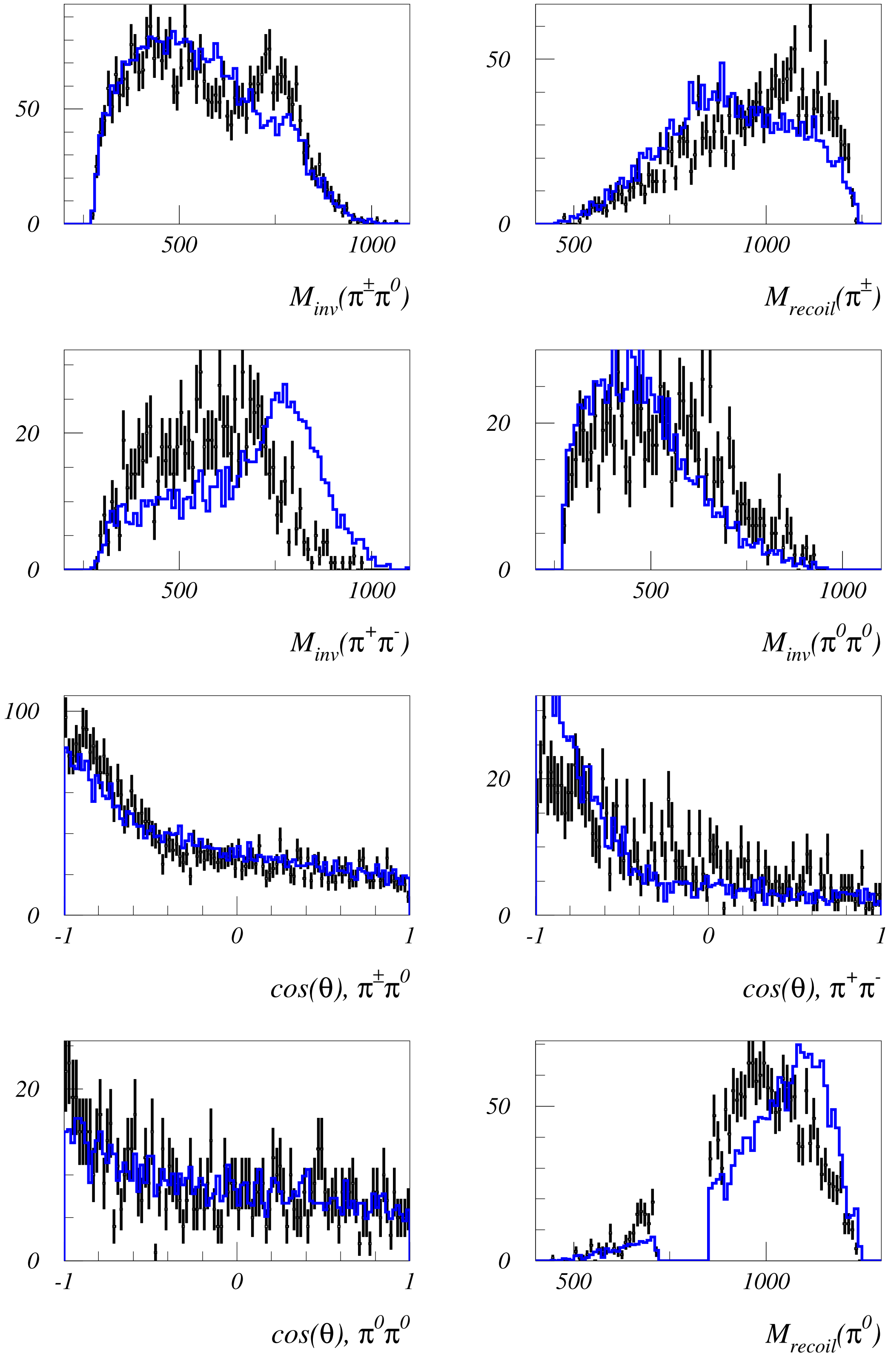

Рис. 5.12: Сравнение моделирования $\omega\pi^0$ и $h_1(1170)\pi^0$ с набором тестовых распределений для событий $\pi^+\pi^-2\pi^0$ из второго класса в точке $2E_{beam} = 1,38$ ГэВ.

Из приведенного выше сравнения видно, что процесс $e^+e^- \to \pi^+\pi^-2\pi^0$ описывается наилучшим образом минимальной моделью, в которой присутствуют только промежуточные состояния $\omega\pi^0$ и $a_1(1260)\pi$. Тем не менее, нами была проведена дополнительная проверка допустимой величины примеси альтернативных процессов, результаты которой приводятся в Разделе 5.10.

5.9 Сравнение событий $2\pi^+2\pi^-$ с моделированием

После того, как мы добились описания динамики рождения $\pi^+\pi^-2\pi^0$ в e^+e^- аннигиляции, естественно проверить эту модель для событий $2\pi^+2\pi^-$. Для этих целей были отобраны четырехтрековые события. Требовалось, чтобы все треки летели из места встречи: расстояние от траектории трека до оси пучков должно быть меньше 1 см и координата вылета трека вдоль оси пучков меньше, чем $\pm$ 15 см. После кинематической реконструкции, предполагающего конечное состояние $2\pi^+2\pi^-$, были отобраны события с $\chi^2/ndf < 2.5$. После такого отбора в изучаемой области энергий остается 28552 событий.

Заметим, что в рамках предложенной модели все эти события должны объясняться $a_1(1260)\pi$, поскольку $\omega\pi^0$ не дает вклада в рассматриваемое состояние.

Для сравнения модели с экспериментальными данными было проведено моделирование процесса $e^+e^- \to a_1(1260)\pi \to 2\pi^+2\pi^-$ с полностью фиксированными параметрами $a_1(1260)$ из $\pi^+\pi^-2\pi^0$.

Использовался следующий набор тестовых распределений:

- $M_{inv}(\pi^+\pi^-)$ — Инвариантная масса пар пионов противоположного знака. На каждое событие имеется четыре такие комбинации.
- $M_{inv}(\pi^\pm\pi^\pm)$ — Инвариантная масса пар пионов одинакового знака. Обе возможные комбинации включались в гистограмму.
- $M_{recoil}(\pi^\pm)$ — Масса отдачи к одному из пионов. Все четыре комбинации заносятся в гистограмму.
- $cos(\theta_{\pi^+\pi^-})$, где $\theta_{\pi^+\pi^-}$ — угол между пионами противоположного заряда. Имеются четыре такие комбинации.

На Рис. 5.13 сравнивается моделирование процесса $a_1(1260)\pi$ с набором тестовых распределений для конечного состояния $2\pi^+2\pi^-$ при энергии $2E_{beam} = 1,38$ ГэВ. Такое же сравнение для точек $2E_{beam} = 1,28$ и $1,18$ ГэВ показано на рисунках 5.14 и 5.15, соответственно.

Видно, что гипотеза $a_1(1260)\pi$ хорошо согласуется с экспериментальными данными во всей рассматриваемой области энергий.

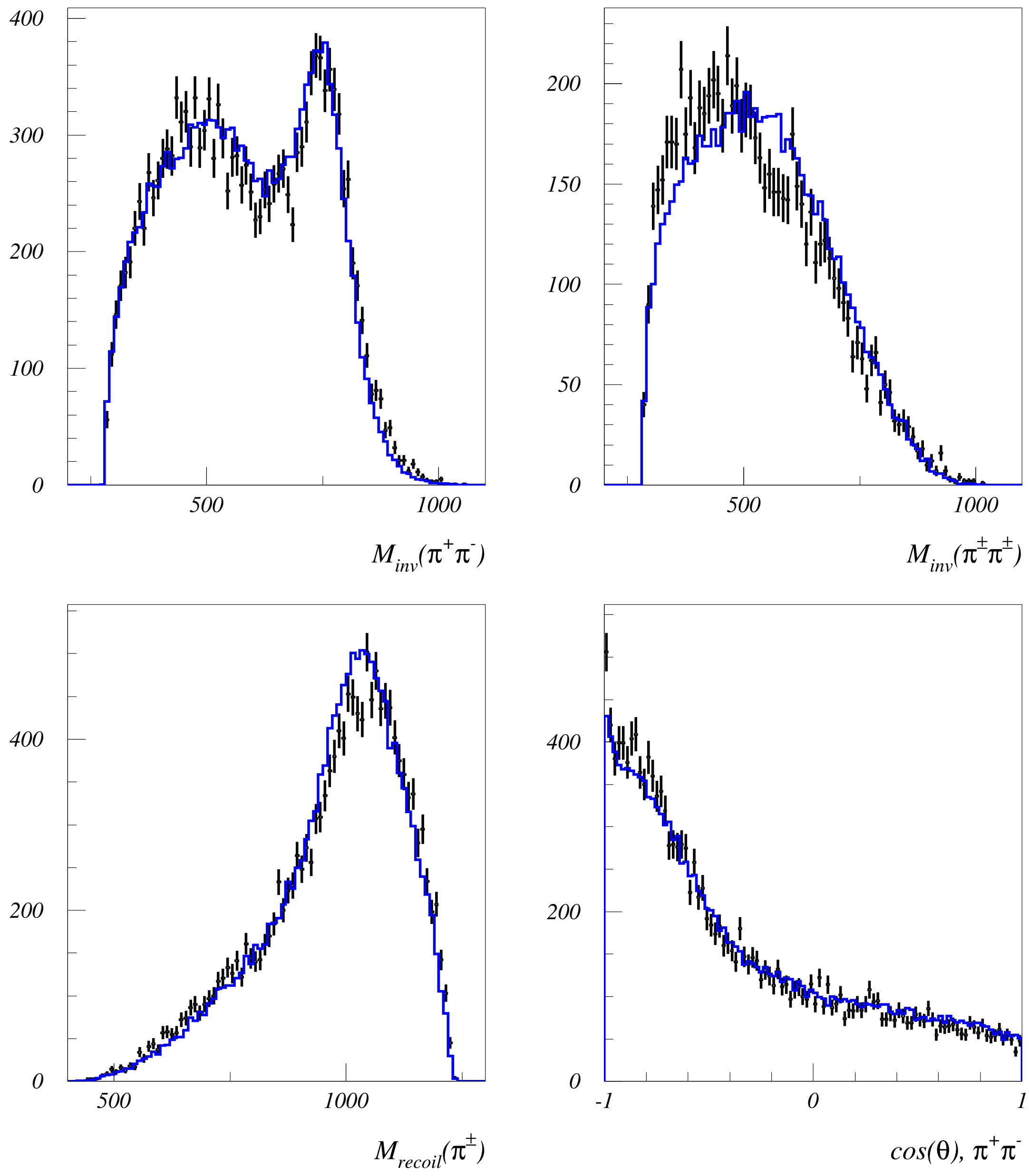

Рис. 5.13: Сравнение моделирования $a_1(1260)\pi$ с набором тестовых распределений для событий $2\pi^+2\pi^-$ в точке $2E_{beam} = 1,38$ ГэВ.

Тем не менее, следует отметить некоторое отличие в спектре инвариантных масс пионов одного знака. Этот эффект может объясняться, например, неопределенностью модели (пренебрежение D-волной) или примесью состояния $\sigma\pi$ в распадах $a_1(1260) \to 3\pi$. Согласно последним результатам группы CLEO-II [50], $a_1(1260)$-мезон может распадаться в три пиона не только через $\rho\pi$, но так же и через $\sigma\pi$ промежуточные состояния.

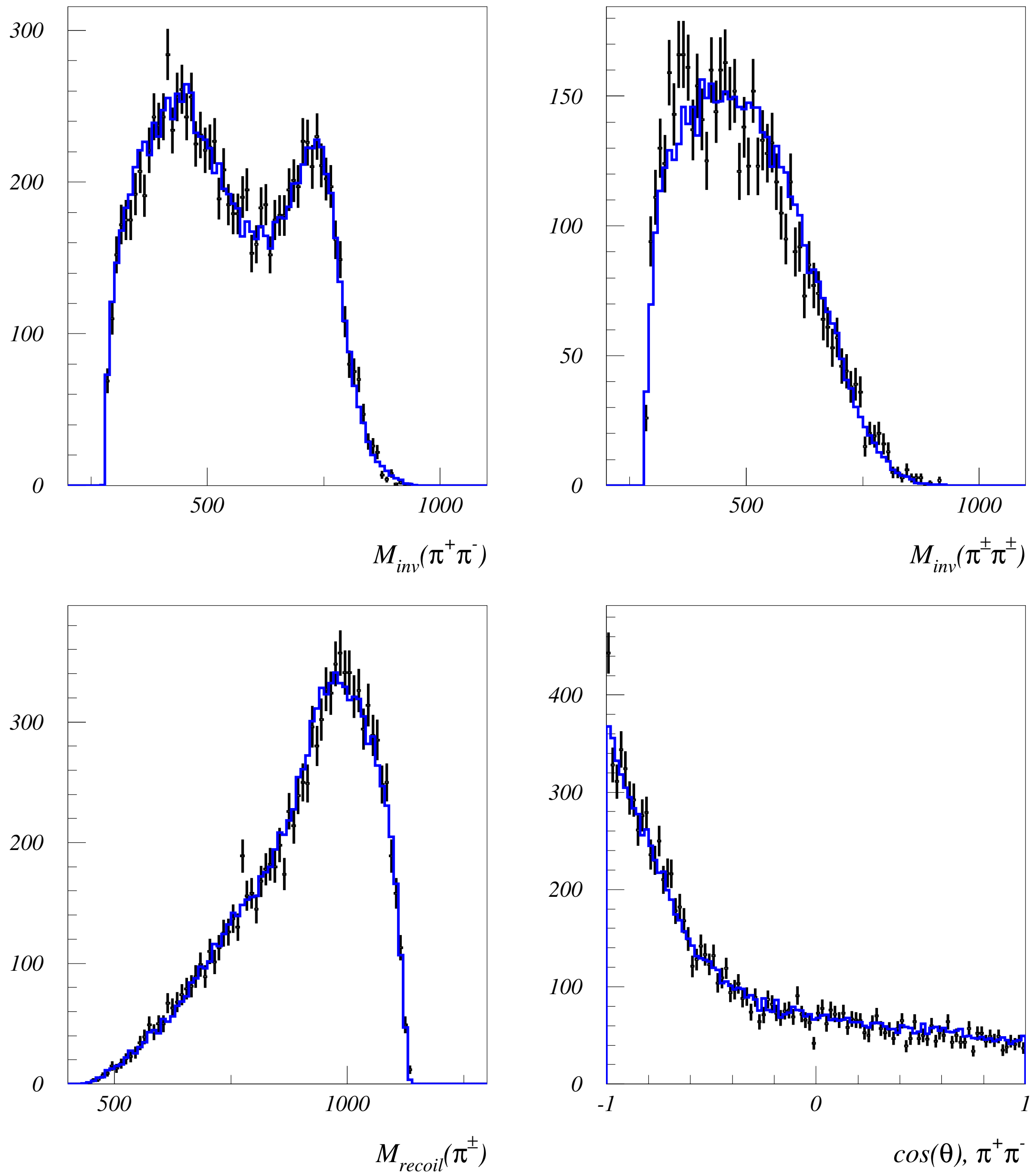

Рис. 5.14: Сравнение моделирования $a_1(1260)\pi$ с набором тестовых распределений для событий $2\pi^+2\pi^-$ в точке $2E_{beam} = 1,28$ ГэВ.

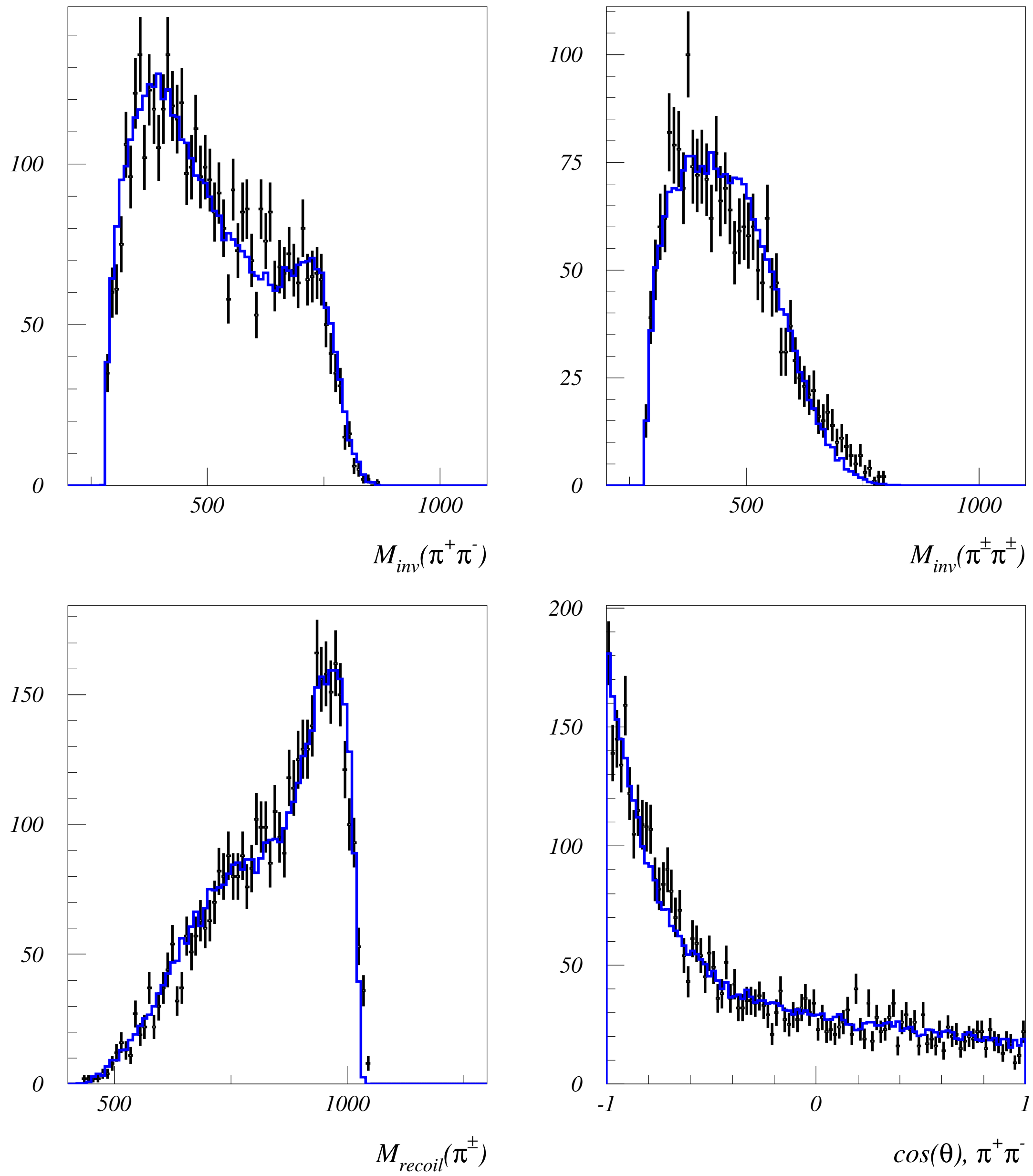

Рис. 5.15: Сравнение моделирования $a_1(1260)\pi$ с набором тестовых распределений для событий $2\pi^+2\pi^-$ в точке $2E_{beam} = 1,18$ ГэВ.

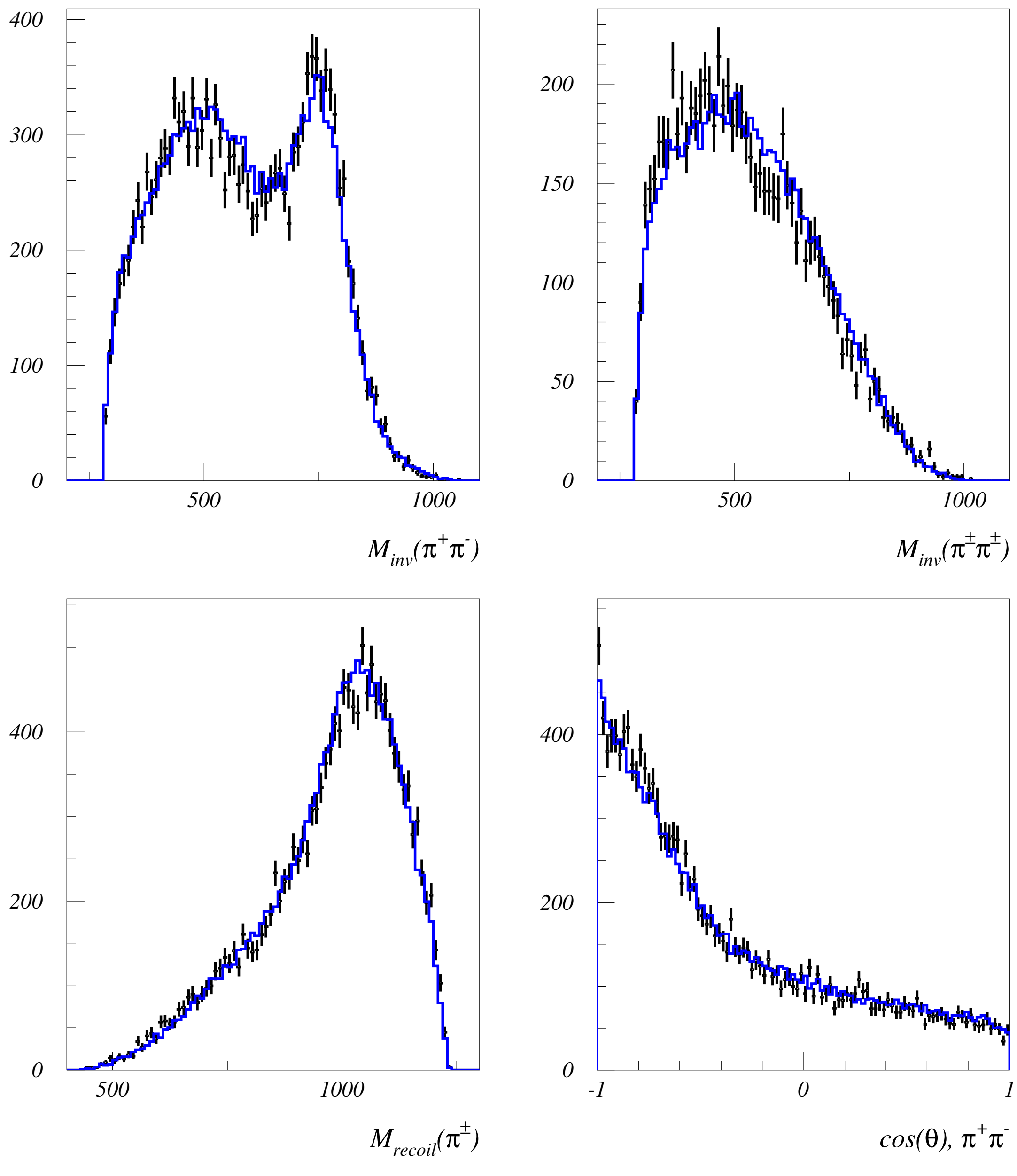

Рис. 5.16: Сравнение моделирования $a_1(1260)\pi$, учитывающего примесь $\sigma\pi$ в распадах $a_1 \to 3\pi$, с набором тестовых распределений для событий $2\pi^+2\pi^-$ в точке $2E_{beam} = 1,38$ ГэВ.

Относительная вероятность распада $a_1 \to \sigma\pi$ определялась минимизацией функции (5.8) для конечных состояний $\pi^+\pi^-2\pi^0$ и $2\pi^+2\pi^-$. Полученные при этом значения комплексной константы z в амплитуде примеси $\sigma\pi$ (см. Раздел 5.7.1) хорошо согласуются между собой: $|z| = 1,7 \pm 0,3\,; \arg z = (34 \pm 8)^\circ$ — для случая $\pi^+\pi^-2\pi^0$ и $|z| = 1,4 \pm 0,1\,; \arg z = (22 \pm 4)^\circ$ — для случая $2\pi^+2\pi^-$. Предсказываемое при этом отношение вероятностей распадов $\Gamma(a_1 \to \sigma\pi)/\Gamma(a_1 \to \rho\pi) = 0,30 \pm 0,05$ оказывается в хорошем согласии с измерением CLEO-II [50]: $0,31 \pm 0,02$.

Распределения, учитывающие моду распада $a_1 \to \sigma\pi$, приведены на Рис. 5.16. Заметим, что отличие в спектре инвариантных масс пионов одного знака значительно уменьшилось. В то же время, учет этой моды распада для конечного состояния $\pi^+\pi^-2\pi^0$ слабо сказывается на ранее рассмотренных распределениях.

5.10 Ограничения на примесь альтернативных процессов

С целью получения количественного ограничения на примеси дополнительных к $\omega\pi^0$ и $a_1(1260)\pi$ промежуточных состояний, проводилась минимизация функции (5.8) по событиям $\pi^+\pi^-2\pi^0$ в точке по энергии $2E_{beam} = 1,38$ ГэВ. Выражение для матричного элемента, в этом случае, выбиралось в следующем виде:

$$| \mathcal{M}(\vec{P},\vec{A}) |^2 = |\mathbf{J}^{+-00}_{\omega\pi^0} + Z_{a_1} \cdot \mathbf{J}^{+-00}_{a_1\pi} + Z_X \cdot \mathbf{J}^{+-00}_X|^2\,,$$

где X обозначает изучаемую примесь — $\rho\sigma$, $h_1(1170)\pi^0$, $\rho^+\rho^-$, $a_2(1320)\pi$ или $\pi(1300)\pi$, а комплексные множители Z являются компонентами вектора $\vec{A}$. Выражения для адронного тока $\mathbf{J}^{+-00}_X$ приводятся в Разделе 5.7.

В качестве массы и ширины σ-мезона брались значения $(0,8 \pm 0,4)$ ГэВ и в этих интервалах определялась максимально возможная примесь $\rho\sigma$ состояния, которая и определила значение верхнего предела.

После этого относительная доля r_X примеси X по отношению к $a_1(1260)\pi$ определялась как:

$$r_X = \frac{\Gamma(\tilde{\rho} \to X)}{\Gamma(\tilde{\rho} \to a_1\pi)}\,,$$

где $\Gamma(\tilde{\rho} \to X)$ — вероятность распада (5.13) начального адронного состояния $\tilde{\rho}$ в конечное состояние 4π через промежуточное состояние X для $\sqrt{s} = 1,38$ ГэВ.

Результаты оптимизации приведены в Таблице 5.4. Как можно видеть из ее третьей колонки, относительные примеси r_X малы, что подтверждает наше предположение о доминировании промежуточного состояния $a_1(1260)\pi$. В последней колонке Таблицы 5.4 приведены соответствующие верхние пределы для 90 % уровня достоверности.

Таблица 5.4: Результат поиска примесей других возможных состояний

Модель	L_{min}	r_X, %	Верхний предел, %
$\omega\pi^0 + a_1\pi$	1264	—	—
$\omega\pi^0 + a_1\pi + \rho\sigma$	1256	$2.1^{+1.2}_{-0.9}$	4.3
$\omega\pi^0 + a_1\pi + h_1\pi^0$	1263	$0.1^{+0.2}_{-0.1}$	0.4
$\omega\pi^0 + a_1\pi + a_2\pi$	1263	$0.2^{+0.4}_{-0.2}$	0.8
$\omega\pi^0 + a_1\pi + \pi'\pi$	1250	$9.5^{+3.2}_{-2.8}$	15.
$\omega\pi^0 + a_1\pi + \rho^+\rho^-$	1246	$4.7^{+2.0}_{-1.6}$	7.7

Из-за теоретической неопределенности матричного элемента $a_1(1260)\pi$, мы не рассматриваем статистически значимые величины примесей $\rho^+\rho^-$ и $\pi(1300)\pi$ ($\pi'\pi$) как указание на сигнал. Вместо этого мы устанавливаем для этих промежуточных состояний верхние пределы. Значение функции правдоподобия (5.8) в оптимуме (L_{min}) не противоречит нашему ожиданию 1260 ± 30, основанному на моделировании $\omega\pi^0$ и $a_1(1260)\pi$.

5.11 Результат по измерению сечений

Для определения сечения процесса $e^+e^- \to 2\pi^+2\pi^-$ были добавлены следующие критерии отбора:

- $\chi^2/ndf \ < \ 7$
- $\theta_{min} \ > \ 0.67$
- $|\sum_i E_i \ - \ 2 \cdot E_{beam}| \ < \ 0.2 \cdot E_{beam}$
- $|\sum_i \overrightarrow{p_i}| \ < \ 0.3 \cdot E_{beam}$

где E_i, $\overrightarrow{p_i}$ — энергии и импульсы пионов до кинематической реконструкции, а θ_{min} — минимальный угол вылета пионов по отношению к оси пучков.

Для определения сечения процесса $e^+e^- \to \pi^+\pi^-2\pi^0$ было добавлено требование $\cos\psi < 0.7$, где ψ — угол между направлением фотона в системе покоя π^0-мезона и импульсом π^0, что позволило улучшить стабильность эффективности регистрации.

Сечения процессов $e^+e^- \to 2\pi^+2\pi^-$ и $e^+e^- \to \pi^+\pi^-2\pi^0$ в каждой точке по энергии определялись по следующим формулам:

$$\sigma_{2\pi^+2\pi^-} \ = \ \frac{N_{2\pi^+2\pi^-}}{(1+\delta)\cdot L \cdot \epsilon_{2\pi^+2\pi^-}} \ ,$$

$$\sigma_{\pi^+\pi^-2\pi^0} = \frac{N_{\pi^+\pi^-2\pi^0}}{(1+\delta)\cdot L\cdot \epsilon_{\pi^+\pi^-2\pi^0}} \, ,$$

где L — интеграл светимости, δ — радиационная поправка, расчитанная согласно [51], $N_{2\pi^+2\pi^-}$ и $N_{\pi^+\pi^-2\pi^0}$ — числа событий $2\pi^+2\pi^-$ и $\pi^+\pi^-2\pi^0$, а $\epsilon_{2\pi^+2\pi^-}$ и $\epsilon_{\pi^+\pi^-2\pi^0}$ — эффективности регистрации этих событий, соответственно.

Значения полученных таким образом сечений приведены в Таблице 5.5, в которой указаны только статистические ошибки. Систематическая ошибка определяется неопределенностью эффективности регистрации, радиационной поправки и знанием интегральной светимости. Их вклады в систематическую ошибку приведены в Таблице 5.6.

Таблица 5.5: Сечения $\sigma(e^+e^- \to \pi^+\pi^-2\pi^0)$, $\sigma(e^+e^- \to 2\pi^+2\pi^-)$ и $\sigma(e^+e^- \to \omega\pi^0)$

Энергия, МэВ	Сечение $\pi^+\pi^-2\pi^0$, нб	Сечение $2\pi^+2\pi^-$, нб	Сечение $\omega\pi^0$, нб
980.0	3.6 ± 0.8	0.2 ± 0.1	4.2 ± 0.7
1045.9	9.0 ± 0.6	1.2 ± 0.1	10.2 ± 0.7
1065.2	9.0 ± 0.7	2.1 ± 0.3	10.1 ± 0.8
1085.8	10.1 ± 0.8	2.1 ± 0.3	10.9 ± 0.8
1106.3	11.2 ± 0.8	2.9 ± 0.2	11.4 ± 0.8
1126.9	11.4 ± 0.8	3.2 ± 0.2	12.1 ± 0.9
1143.2	12.8 ± 0.8	4.3 ± 0.3	12.3 ± 0.9
1164.3	14.1 ± 0.8	4.6 ± 0.2	13.0 ± 0.8
1185.5	13.7 ± 0.7	6.1 ± 0.3	13.2 ± 0.8
1204.1	15.2 ± 0.7	8.3 ± 0.3	13.2 ± 0.7
1225.4	17.3 ± 0.8	9.1 ± 0.3	14.4 ± 0.8
1246.0	17.9 ± 0.7	10.2 ± 0.3	15.7 ± 0.7
1265.8	19.4 ± 0.6	11.6 ± 0.3	15.1 ± 0.6
1285.8	20.2 ± 0.6	12.4 ± 0.2	16.4 ± 0.6
1304.7	22.3 ± 0.6	14.5 ± 0.3	16.4 ± 0.6
1326.5	20.3 ± 0.6	14.8 ± 0.3	14.9 ± 0.5
1345.8	20.4 ± 0.6	16.9 ± 0.3	14.3 ± 0.6
1362.4	21.4 ± 0.7	17.1 ± 0.3	15.6 ± 0.6
1380.0	25.9 ± 0.6	19.8 ± 0.3	18.6 ± 0.6

Для получения вклада $a_1(1260)\pi$ в полное сечение процесса $e^+e^- \to \pi^+\pi^-2\pi^0$ требуется вычесть вклад промежуточного состояния $\omega\pi^0$. Строго говоря, такая процедура теряет свой смысл при сильной интерференции между $\omega\pi^0$ и $a_1(1260)\pi$. Но в данном

Таблица 5.6: Вклады в систематическую ошибку.

Источник	$\pi^+\pi^-2\pi^0$	$2\pi^+2\pi^-$
Эффективность	$\pm7\%$	$\pm9\%$
Светимость	$\pm2\%$	
Рад. поправка	$\pm4\%$	
$\sum$	$\pm8\%$	$\pm10\%$

случае, из-за малой ширины ω-мезона, эффект интерференции незначителен ($\sim 5\%$).

Сечения процессов $e^+e^- \to \omega\pi^0$ и $e^+e^- \to a_1\pi \to \pi^+\pi^-2\pi^0$ определялись по следующим формулам:

$$\begin{aligned} \sigma_{\omega\pi^0} &= \frac{N_\omega}{B(\omega\to 3\pi)\cdot(1+\delta)\cdot L\cdot \epsilon_{\omega\pi^0}}\,, \\ \sigma_{\pi^+\pi^-2\pi^0} &= \frac{N_{a_1}}{(1+\delta)\cdot L\cdot \epsilon_{a_1\pi}}\,, \end{aligned}$$

где L – интеграл светимости, δ – радиационная поправка, расчитанная согласно [51], $\epsilon_{\omega\pi^0}$ и $\epsilon_{a_1\pi}$ – эффективности регистрации, а N_ω и N_{a_1} — числа событий процессов $e^+e^- \to \omega\pi^0 \to \pi^+\pi^-2\pi^0$ и $e^+e^- \to a_1\pi \to \pi^+\pi^-2\pi^0$, полученные в пренебрежении интерференцией. Значения N_ω и N_{a_1} определялись из уравнений:

$$\begin{aligned} N_1 &= N_\omega\cdot\alpha + N_{a_1}\cdot(1-\beta)\,, \\ N_2 &= N_\omega\cdot(1-\alpha) + N_{a_1}\cdot\beta\,, \end{aligned}$$

где N_1 и N_2 — числа событий в первом и во втором классах, α — вероятность событию $\omega\pi^0$ попасть в первый класс, а β — вероятность событию $a_1(1260)\pi$ попасть во второй класс. Значения α и β определялись из моделирования соответствующих процессов.

На Рис. 5.17 показано сечения процессов $e^+e^- \to \omega\pi^0$ и $e^+e^- \to \pi^+\pi^-2\pi^0$ с вычтенным вкладом $\omega\pi^0$, как это объяснено выше. Оба сечения растут с энергией, в то время как относительная доля промежуточного состояния $a_1(1260)\pi$ увеличивается. В последней колонке Таблицы 5.5 приведены значения сечения процесса $e^+e^- \to \omega\pi^0$.

На Рис. 5.18 показано отношение сечений $\sigma(e^+e^- \to 2\pi^+2\pi^-)$ и $\sigma(e^+e^- \to \pi^+\pi^-2\pi^0)$ с вычтенным вкладом $\omega\pi^0$. Предсказание этого отношения, основанное на $a_1(1260)\pi$ доминантности, показано плавными линиями: (1) — в предположении распада $a_1(1260)$ только на $\rho\pi$; (2) — учет примеси $\sigma\pi$ в распаде $a_1 \to 3\pi$.

В отличие от наивного рассмотрения в Разделе 5.4, отношение сечений $2\pi^+2\pi^-$ и $\pi^+\pi^-2\pi^0$ с вычетом вклада $\omega\pi^0$ оказывается отличным от единицы и близко к двум.

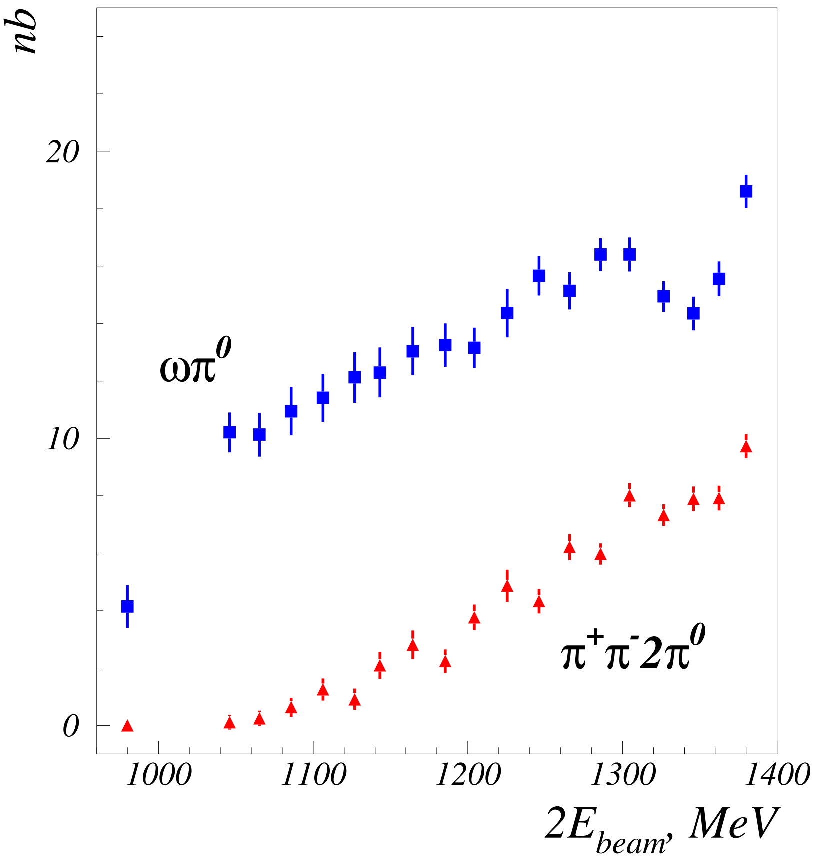

Рис. 5.17: Энергетические зависимости сечений $\sigma(e^+e^- \to \omega\pi^0)$ и $\sigma(e^+e^- \to \pi^+\pi^-2\pi^0)$ с вычтенным вкладом $\omega\pi^0$

Это объясняется тем, что в случае $2\pi^+2\pi^-$ существенна интерференция двух амплитуд $a_1^+\pi^-$ и $a_1^-\pi^+$, которые дают одинаковое конечное состояние $\rho^0\pi^+\pi^-$. В отличие от этого, в случае $\pi^+\pi^-2\pi^0$, аналогичные амплитуды дают разные конечные состояния $\rho^+\pi^-\pi^0$ и $\rho^-\pi^+\pi^0$, интерференция которых мала в пределе узкого ρ-мезона. Экспериментальная величина этого отношения хорошо согласуется с предсказанием модели $a_1(1260)\pi$, что является дополнительным аргументом в пользу того, что вклад альтернативных механизмов мал.

Детальное исследование энергетической зависимости эксклюзивных каналов e^+e^- аннигиляции в адроны важно для понимания структуры начального адронного состояния, рождаемого виртуальным фотоном ($\rho(1450)$, $\rho(1700)$ и т.д.). В этой работе мы рассмотрели рождение 4π в области энергий ниже 1,4 ГэВ. На Рисунках 5.19 и 5.20 показаны энергетические зависимости полных сечений для конечных состояний $\pi^+\pi^-2\pi^0$ и $2\pi^+2\pi^-$, соответственно.

Измеренное нами сечение рождения $\pi^+\pi^-2\pi^0$ согласуется с предыдущим измерением на детекторе ОЛЯ [52] и не противоречит последним результатам группы СНД [53]. Тем

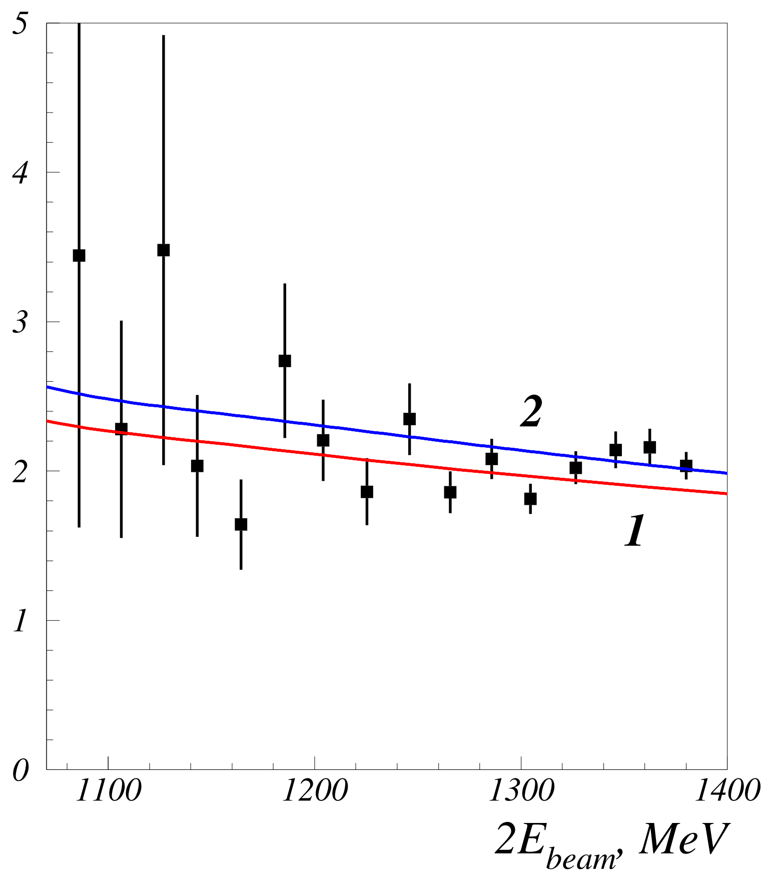

Рис. 5.18: Зависимость отношения $\frac{\sigma(e^+e^-\to 2\pi^+2\pi^-)}{\sigma(e^+e^-\to \pi^+\pi^-2\pi^0)}$ от энергии. Вклад $\omega\pi^0$ вычтен. Сплошные линиии показывают предсказание, основанное на $a_1(1260)\pi$ доминантности: 1 — $a_1 \to \rho\pi$; 2 — $a_1 \to \rho\pi + \sigma\pi$

не менее, значения сечений всех трех групп заметно меньше, чем полученное группой НД [8,54]. Выше 1,4 ГэВ показаны результаты групп из Орсэ [21,55] и Фраскати [56]. Долгое время завышенный результат НД приводил к дополнительным трудностям в интерпретации механизма рождения 4π. В настоящий момент можно с уверенностью считать, что в этой работе была недооценена систематическая ошибка.

Что касается конечного состояния $2\pi^+2\pi^-$, то данные с детекторов ОЛЯ [14], НД [8, 54], КМД [15], СНД [53] и наши новые результаты согласуются между собой значительно лучше. Выше 1,4 ГэВ показаны результаты групп из Орсэ [13,21,55] и Фраскати [12,57].

Как отмечалось ранее, группа DM2 пыталась провести анализ парциальных волн конечного состояния с четырьмя заряженными пионами [21] в области энергий от 1,35 до 2,40 ГэВ. Ими было получено указание на наличие $a_1(1260)\pi$ и $\rho\sigma$ состояний примерно в равных соотношениях. Механизм для заметной части сечения вообще не был определен.

Наш анализ показал, что основываясь только на моде $2\pi^+2\pi^-$, очень трудно разделить промежуточные состояния $a_1(1260)\pi$ и $\rho\sigma$. Как было показано выше, они хорошо

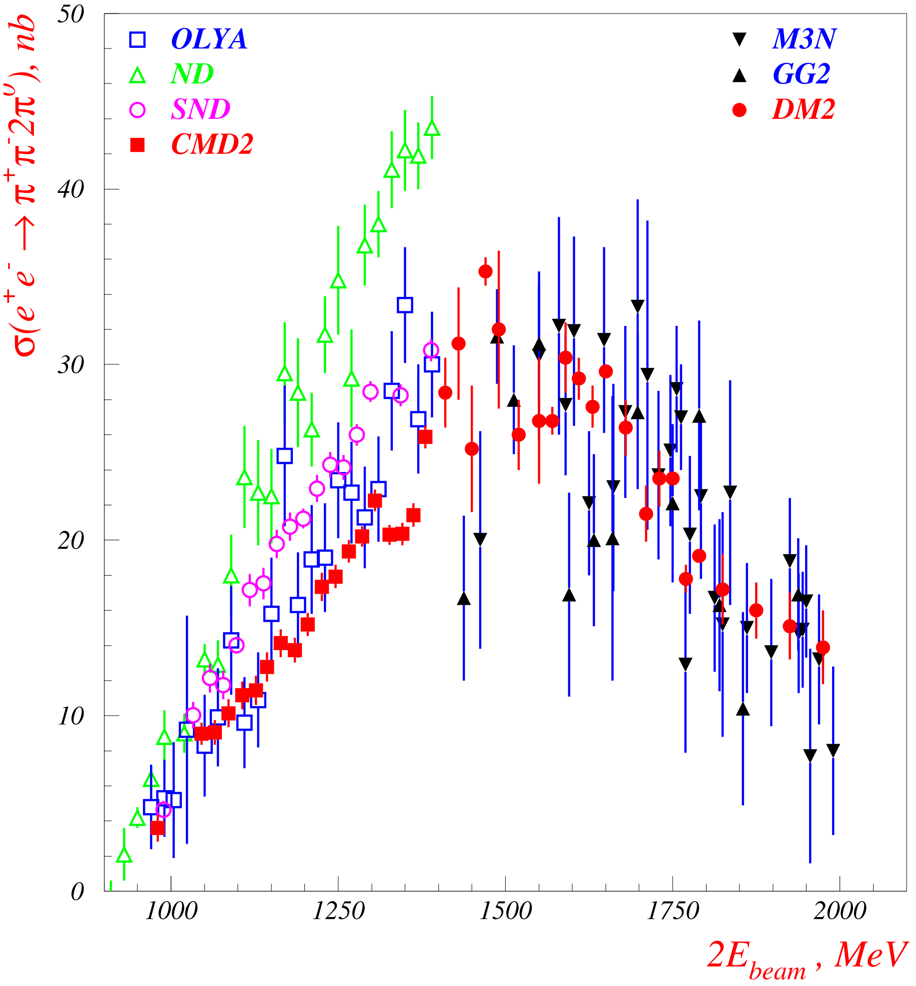

Рис. 5.19: Зависимость сечения $\pi^+\pi^-2\pi^0$ от энергии.

разделяются в случае конечного состояния $\pi^+\pi^-2\pi^0$. Но из-за низкой эффективности регистрации π^0-мезонов, группа DM2 не смогла провести анализ парциальных волн для этого случая.

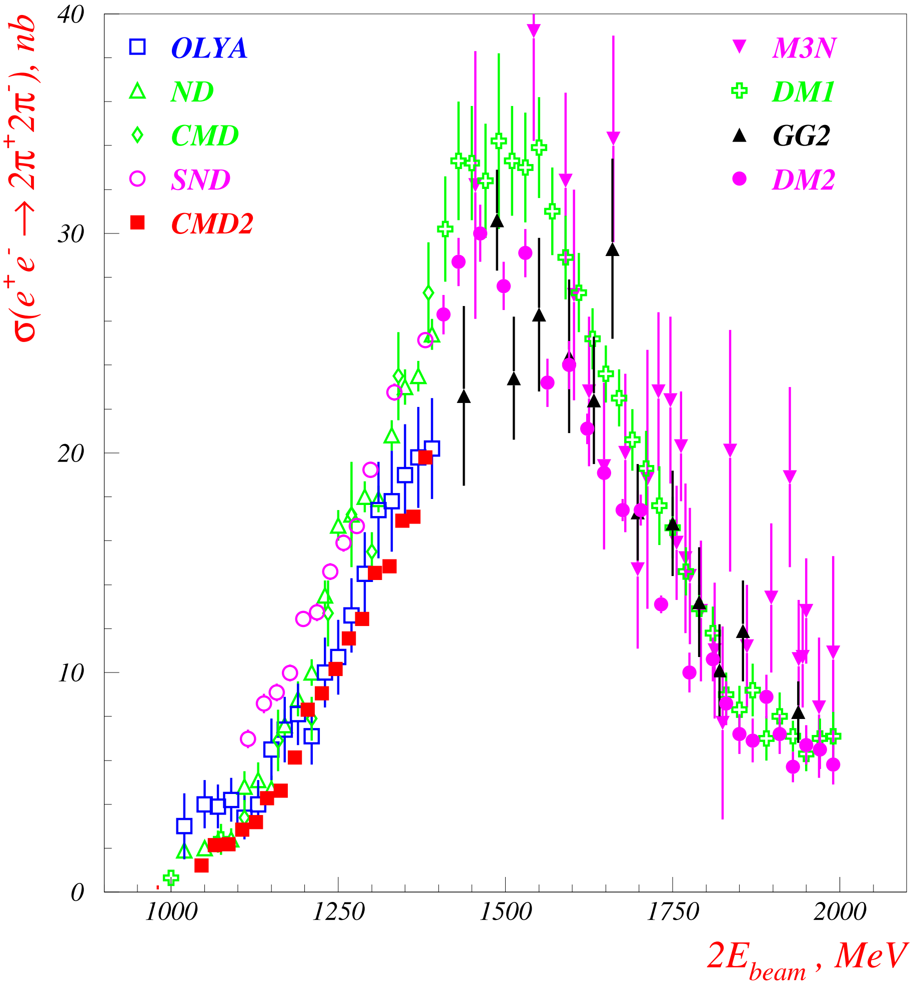

Рис. 5.20: Зависимость сечения $2\pi^+2\pi^-$ от энергии.

Глава 6

О вкладе $a_1(1260)\pi$ механизма в распадах $\tau^- \to 2\pi^-\pi^+\pi^0\nu_\tau$

Дополнительным источником информации о свойствах изовекторного тока являются распады τ-лептона. Благодаря сохранению векторного тока, сечение аннигиляции $e^+e^- \to 4\pi$ процесса можно соотнести с вероятностью распада $\tau \to 4\pi\nu_\tau$ [2]. Как показывает анализ, проведенный в предыдущей Главе, основной вклад в сечение e^+e^- аннигиляции в области энергий от 1,05 до 1,38 ГэВ дают промежуточные состояния $\omega\pi^0$ и $a_1(1260)\pi$. Поэтому и в случаях распада τ-лептона в конечное состояние $4\pi\nu_\tau$ следует ожидать заметный вклад этих же состояний. С другой стороны, существующий верхний предел, полученный группой ARGUS [18] на отношение $B(\tau^- \to a_1(1260)\pi\nu_\tau)/B(\tau^- \to 2\pi^-\pi^+\pi^0\nu_\tau) < 0.44$, находится в противоречии с нашими выводами. Следует однако отметить, что ARGUS получил это ограничение, пренебрегая интерференцией пионов конечного состояния и предполагая равный выход всех зарядовых состояний ρ-мезона для случая распада $\tau^- \to (a_1\pi)^-\nu_\tau \to 2\pi^-\pi^+\pi^0\nu_\tau$. Как было показано ранее (см. Рис. 5.18), интерференция пионов конечного состояния заметно меняет соотношения заряженных и нейтральных ρ-мезонов, что ставит под сомнение последнее предположение.

В этой Главе предлагается модель распадов τ-лептона в конечное состояние $4\pi\nu_\tau$, основанная на $a_1(1260)\pi$ и $\omega\pi^0$ доминантности, и проводится сравнение предсказаний этой модели с доступными экспериментальными данными [17,18,20,58,59].

6.1 Модель распадов $\tau^- \to 2\pi^-\pi^+\pi^0\nu_\tau$

В силу закона сохранения векторного тока, вероятности распадов $d\Gamma_1$ и $d\Gamma_2$ для $\tau^- \to \pi^-\pi^+\pi^-\pi^0\nu_\tau$ и $\tau^- \to \pi^-\pi^0\pi^0\pi^0\nu_\tau$, соответственно, могут быть записаны как

$$d\Gamma_i = \frac{G^2|V_{ud}|^2}{96\pi^3 m_\tau^3}(m_\tau^2 + 2s)(m_\tau^2 - s)^2 R_{4\pi} \frac{dW_i}{W_1 + W_2} ds \tag{6.1}$$

где G — константа Ферми, V_{ud} — элемент матрицы Кобаяши-Маскава, s — квадрат инвариантой массы адронной системы, $R_{4\pi}$ — отношение сечений $\sigma(e^+e^- \to 4\pi)$ и $\sigma_{\mu\mu} \equiv \sigma(e^+e^- \to \mu^+\mu^-)$, dW_1 и dW_2 — вероятности распада начального адронного состояния $\tilde{\rho}^-$ в конечные состояния $2\pi^-\pi^+\pi^0$ и $\pi^-3\pi^0$, соответственно.

Обозначим через dW_3 и dW_4 вероятности распада $\tilde{\rho}^0$ в конечные состояния $2\pi^+2\pi^-$ и $\pi^+\pi^-2\pi^0$. Тогда, в силу изотопической инвариантности, мы имеем

$$W_1 = \frac{1}{2}W_3 + W_4 \quad , \quad W_2 = \frac{1}{2}W_3 \,. \tag{6.2}$$

Предполагая для распадов $\tilde{\rho}$ доминирование $a_1(1260)\pi$ и $\omega\pi^0$ механизмов, можно переписать (6.1) в виде:

$$\begin{aligned} d\Gamma_1 &= \frac{G^2|V_{ud}|^2}{96\pi^3 m_\tau^3}(m_\tau^2+2s)(m_\tau^2-s)^2\left[R_{\omega\pi}\frac{dW_\omega}{W_\omega} + R_{2\pi^+2\pi^-}\frac{d\tilde{W}_1}{W_3}\right]ds \\ d\Gamma_2 &= \frac{G^2|V_{ud}|^2}{96\pi^3 m_\tau^3}(m_\tau^2+2s)(m_\tau^2-s)^2 R_{2\pi^+2\pi^-}\frac{d\tilde{W}_2}{W_3}ds \,, \end{aligned} \tag{6.3}$$

где dW_ω, $d\tilde{W}_1$ и $d\tilde{W}_2$ – вероятности распадов $\tilde{\rho}^- \to \omega\pi^-$, $\tilde{\rho}^- \to (a_1\pi)^- \to 2\pi^-\pi^+\pi^0$ и $\tilde{\rho}^- \to (a_1\pi)^- \to \pi^-3\pi^0$, а $R_{\omega\pi}$ и $R_{2\pi^+2\pi^-}$ – отношения сечений $\sigma(e^+e^- \to \omega\pi)/\sigma_{\mu\mu}$ и $\sigma(e^+e^- \to 2\pi^+2\pi^-)/\sigma_{\mu\mu}$, соответственно. При этом, в (6.3) мы пренебрегли интерференцией между амплитудами $\omega\pi$ и $a_1(1260)\pi$. Явная запись матричных элементов, соответствующих dW_ω, $d\tilde{W}_1$ и $d\tilde{W}_2$, приведена в Разделе 5.7.

Для получения $R_{2\pi^+2\pi^-}$ и $R_{\omega\pi}$ мы использовали сечение из e^+e^- аннигиляции в области энергий 1–2 ГэВ, полученное несколькими экспериментальными группами и представленное на Рисунках 6.1 и 6.2 вместе с нашей аппроксимацией.

В предположении, что полное сечение процесса $e^+e^- \to 2\pi^+2\pi^-$ насыщается механизмом $a_1(1260)\pi$, мы расчитали вклад этого промежуточного состояния в полное сечение $\sigma(e^+e^- \to \pi^+\pi^-2\pi^0)$. Сравнение этого предсказания с экспериментальными данными показано на Рисунке 6.3. Как видно из этого рисунка, существует некоторая разница между ожидаемым и измеренным сечениями при энергиях выше 1,6 ГэВ. Мы предполагаем, что это различие можно объяснить либо возможной систематической ошибкой, либо вкладами других промежуточных состояний, которые становятся заметными при более высоких энергиях. Тем не менее, мы ожидаем, что это различие не сказывается заметно на наших предсказаниях для τ-лептона, поскольку эта область энергии имеет дополнительное подавление благодаря фазовому объему (см. (6.1)). На Рисунке 6.4 показано сравнение нашей интерполяции с распределением по инвариантной массе четырех пионов в распадах $\tau^- \to 2\pi^-\pi^+\pi^0\nu_\tau$, полученным в недавней работе CLEO-II [59].

Как уже отмечалось в Разделе 5.8, мы не можем извлечь независимо из наших данных значения массы и ширины резонанса $a_1(1260)$. С другой стороны, данные по распадам

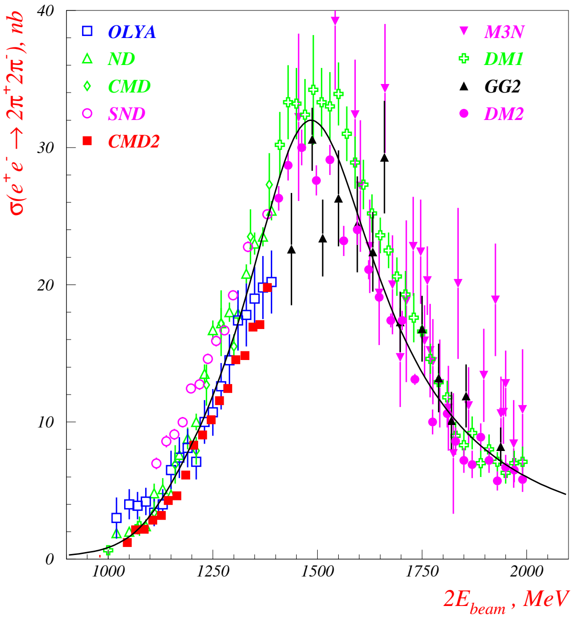

Рис. 6.1: Аппроксимация сечения $\sigma(e^+e^- \to 2\pi^+2\pi^-)$

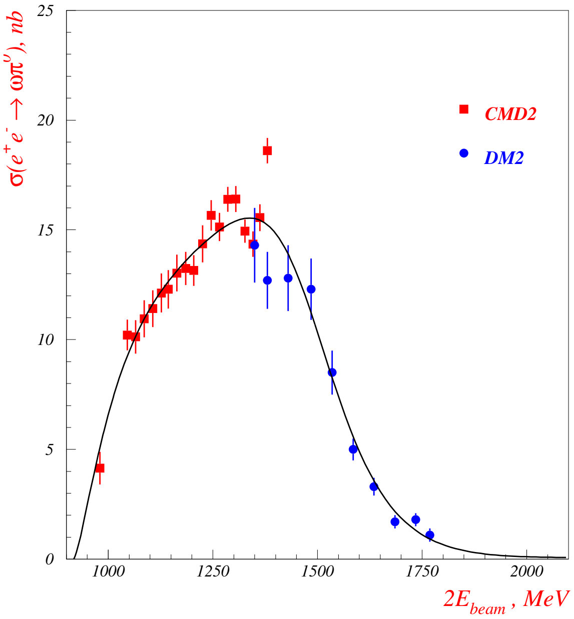

Рис. 6.2: Аппроксимация сечения $\sigma(e^+e^- \to \omega\pi^0)$

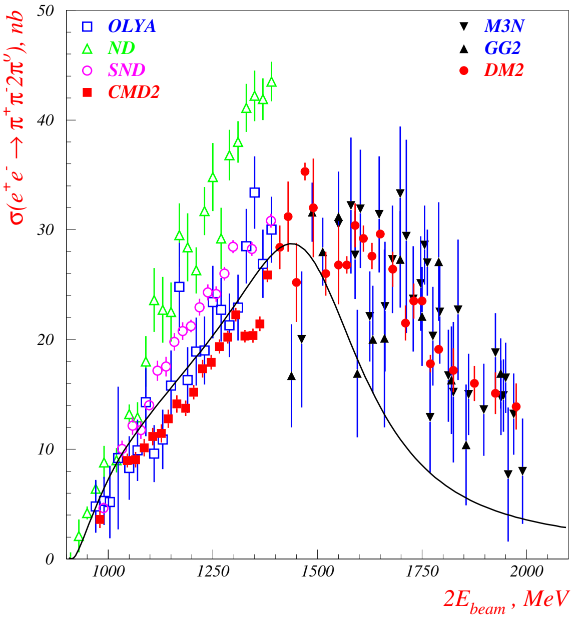

Рис. 6.3: Зависимость сечения $\sigma(e^+e^- \to \pi^+\pi^-2\pi^0)$ от энергии. Плавной линией показан результат расчета, основанный на $a_1(1260)\pi$ и $\omega\pi^0$ доминантности.

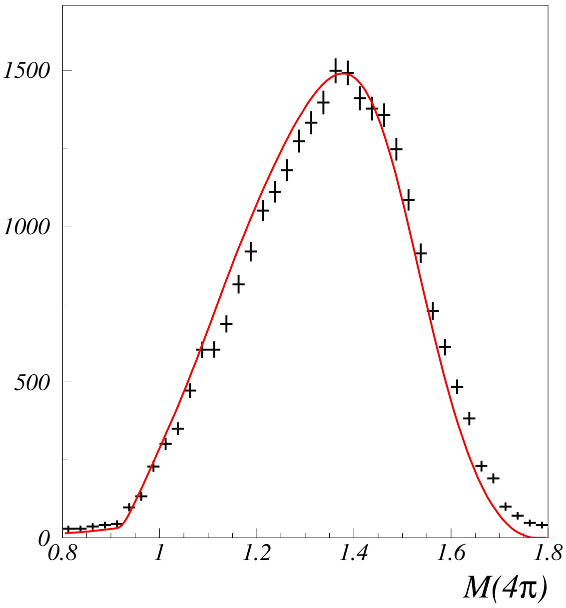

Рис. 6.4: Распределение по инвариантной массе 4π в распадах $\tau^- \to 2\pi^-\pi^+\pi^0\nu_\tau$ [59]. Плавная линия показывает наше предсказание.

τ-лептона более чувствительны к этим параметрам. Поэтому эти значения извлекались из аппроксимации спектра трехпионных инвариантных масс в распадах $\tau^- \to \pi^- 2\pi^0 \nu_\tau$ [50] нашим матричным элементом (см. Раздел 5.7). Сравнение этой аппроксимации с данными представлено на Рисунке 6.5. Сплошная линия соответствует аппроксимации с учетом примеси $\sigma\pi$ в амплитуде распада $a_1 \to 3\pi$ (см. Разделы 5.7 и 5.9). Для целей сравнения, здесь и далее, результаты без учета этого вклада показаны пунктирной линией. Отдельно проверялось, что полученные этим способом значения параметров резонанса $a_1(1260)$ так же хорошо описывают данные по $e^+e^- \to 4\pi$.

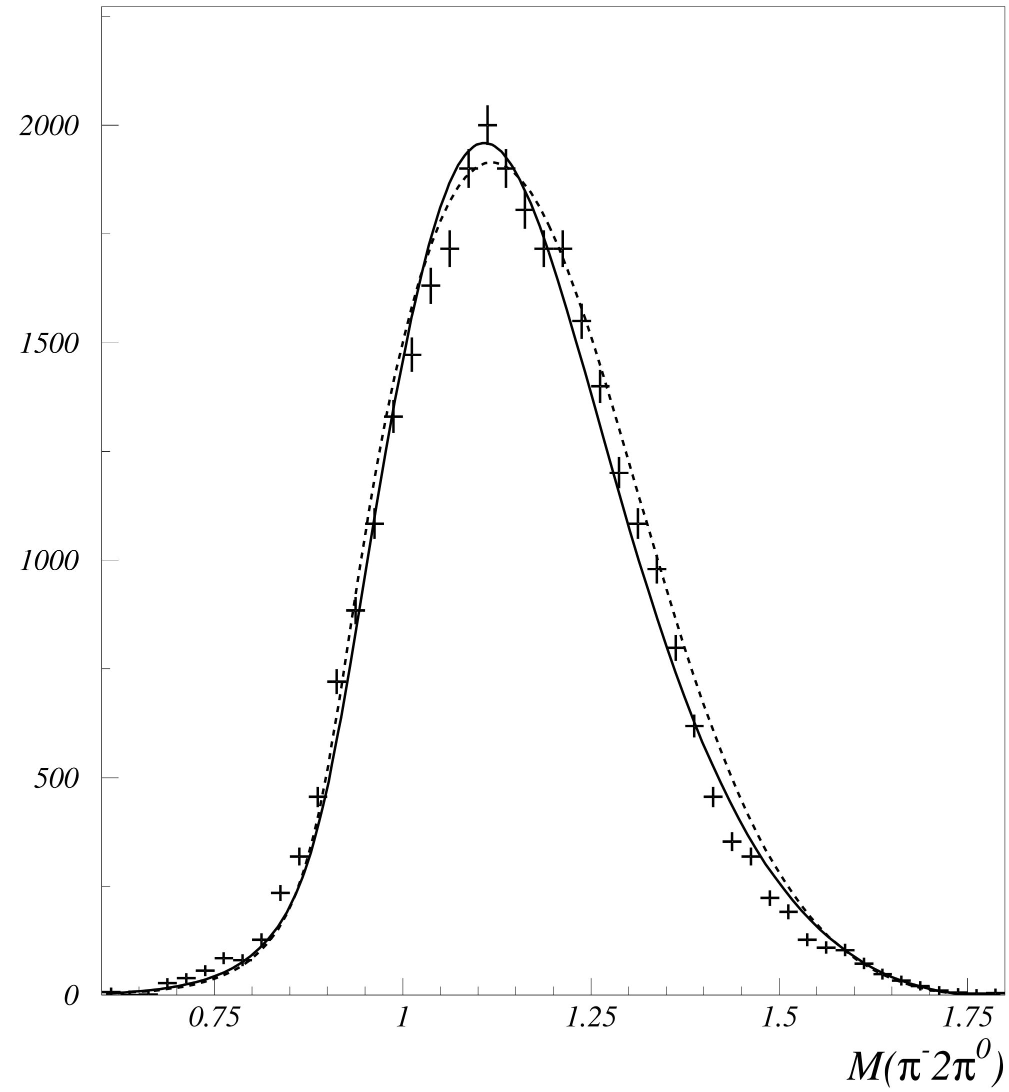

Рис. 6.5: Распределение по инвариантной массе 3π в распадах $\tau^- \to \pi^- 2\pi^0 \nu_\tau$ [50]. Сплошной линией показана наша аппроксимация, учитывающая примесь $\sigma\pi$ в распадах $a_1 \to 3\pi$. Пунктирная линия соответствует распаду a_1 только на $\rho\pi$.

6.2 Сравнение данных по распадам τ-лептона с моделью $a_1(1260)\pi$

После того как параметры модели зафиксированы, можно перейти к описанию распадов $\tau^- \to 2\pi^-\pi^+\pi^0\nu_\tau$. Как видно на примере анализа $e^+e^- \to 4\pi$, наиболее важная информация о механизме распада $\tilde{\rho}$ может быть извлечена из распределений по двухпионным инвариантным массам. На Рисунке 6.6 показано сравнение наших предсказаний с данными детектора CLEO-II [58], полученными без вычитания вклада событий $\omega\pi^-$. Наблюдается довольно хорошее согласие с данными.

Такое же сравнение с данными детектора ARGUS [18] показано на Рисунке 6.7. В этом случае, наши предсказания в целом не противоречат данным, но согласие заметно хуже, чем в предыдущем случае. Особенно это заметно в области инвариантных масс ρ-мезона.

Спектры инвариантных масс, полученные с вычитанием вклада событий $\omega\pi^-$, более чувствительны к вкладу $a_1(1260)\pi$ и позволяют сделать более детальное сравнение. На Рисунках 6.8 и 6.9 проводится сравнение с такими данными детекторов ALEPH [20] и CLEO-II [59], соответственно. В первом случае наблюдается хорошее согласие, хотя мы не можем учесть эффективность и энергетическое разрешение детектора. Что же касается данных CLEO-II, которые имеют заметно большую статистику, согласие несколько хуже. К сожалению, в этих данных не вычтен вклад фоновых событий (таких как $K^0\pi^-\pi^0\nu_\tau$ и $K^\pm\pi^\mp\pi^-\pi^0\nu_\tau$), хотя их доля составляет около 8%. Наибольшее различие заметно в спектре инвариантных масс $\pi^+\pi^-$ (см. Рис. 6.8c). Заметим, что данные CLEO-II в этом случае систематически отличаются от данных, полученных ALEPH.

Учитывая некое разногласие между данными различных групп, можно заключить, что наше предположение о доминировании $a_1(1260)\pi$ и $\omega\pi^0$ в распадах $\tilde{\rho} \to 4\pi$ качественно согласуется со всеми доступными данными. Количественная проверка нашей модели распадов τ-лептона может быть проведена только в случае полного моделирования, учитывающего как энергетическое разрешение и эффективность детектора, так и все возможные источники фона.

Совсем недавно, после того как наша работа [60–62] была опубликована, появилась работа группы CLEO-II [63], в которой они провели прямой анализ своих данных по распадам $\tau^- \to 2\pi^-\pi^+\pi^0\nu_\tau$, учитывающий влияние детектора на наблюдаемые спектры и основанный на наших предположениях о доминировании $a_1(1260)\pi$ и $\omega\pi^0$ промежуточных состояний. В дополнении к этим состояниям, в своем анализе они рассмотрели также $\rho\sigma$ и $f_0\rho$ состояния. Результат их анализа приведен в Таблице 6.1. Как видно из этой таблицы, относительная амплитуда $\rho\sigma$ и $f_0\rho$ состояний мала и основной вклад в

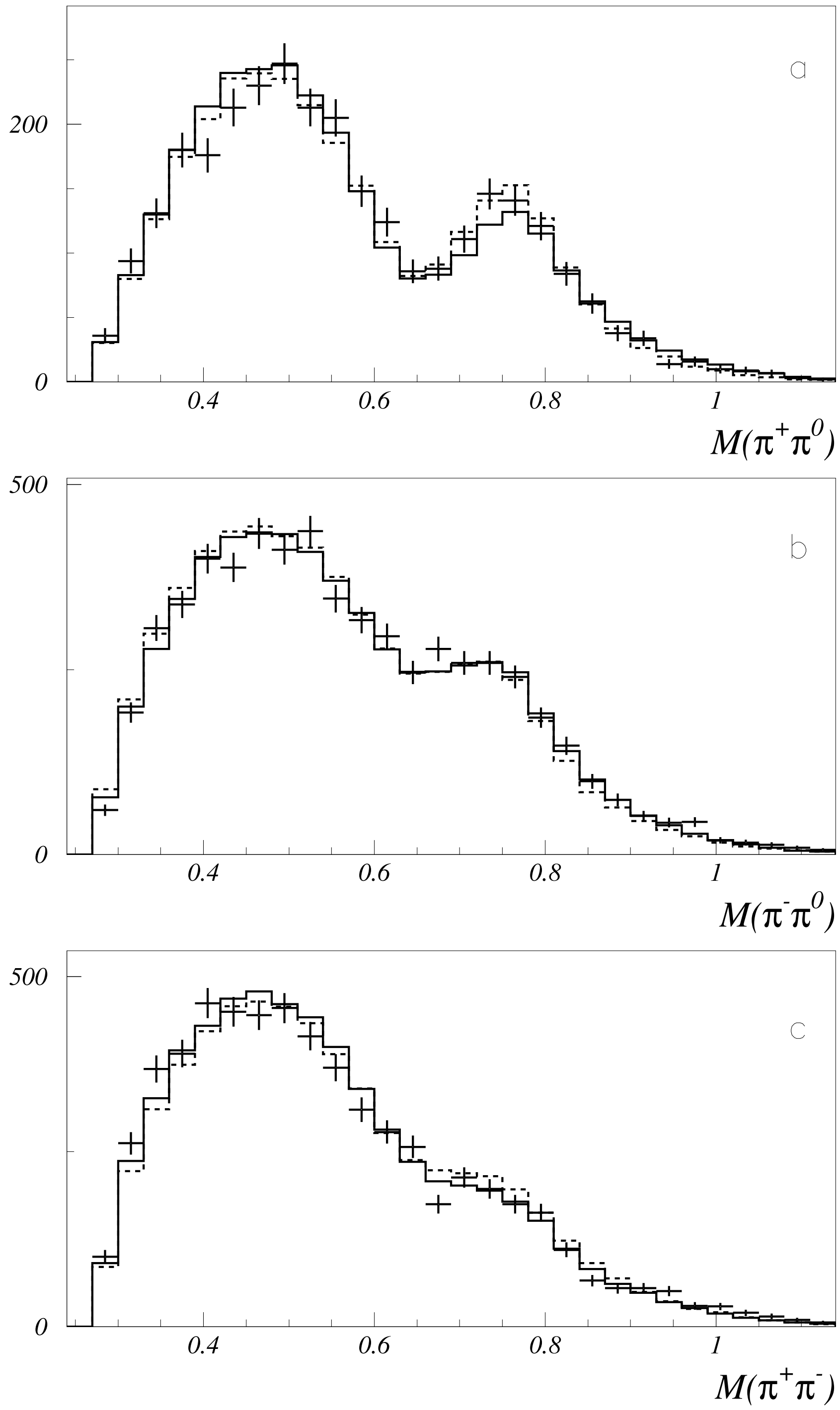

Рис. 6.6: Распределения по инвариантным массам $M_{inv}(\pi^+\pi^0)$, $M_{inv}(\pi^-\pi^0)$ и $M_{inv}(\pi^+\pi^-)$ для распадов $\tau^- \to 2\pi^-\pi^+\pi^0\nu_\tau$, полученные CLEO-II [58]. Сплошная линия показывает наше предсказание с учетом примеси $\sigma\pi$ в распадах $a_1 \to 3\pi$. Пунктирная линия соответствует распаду a_1 только на $\rho\pi$.

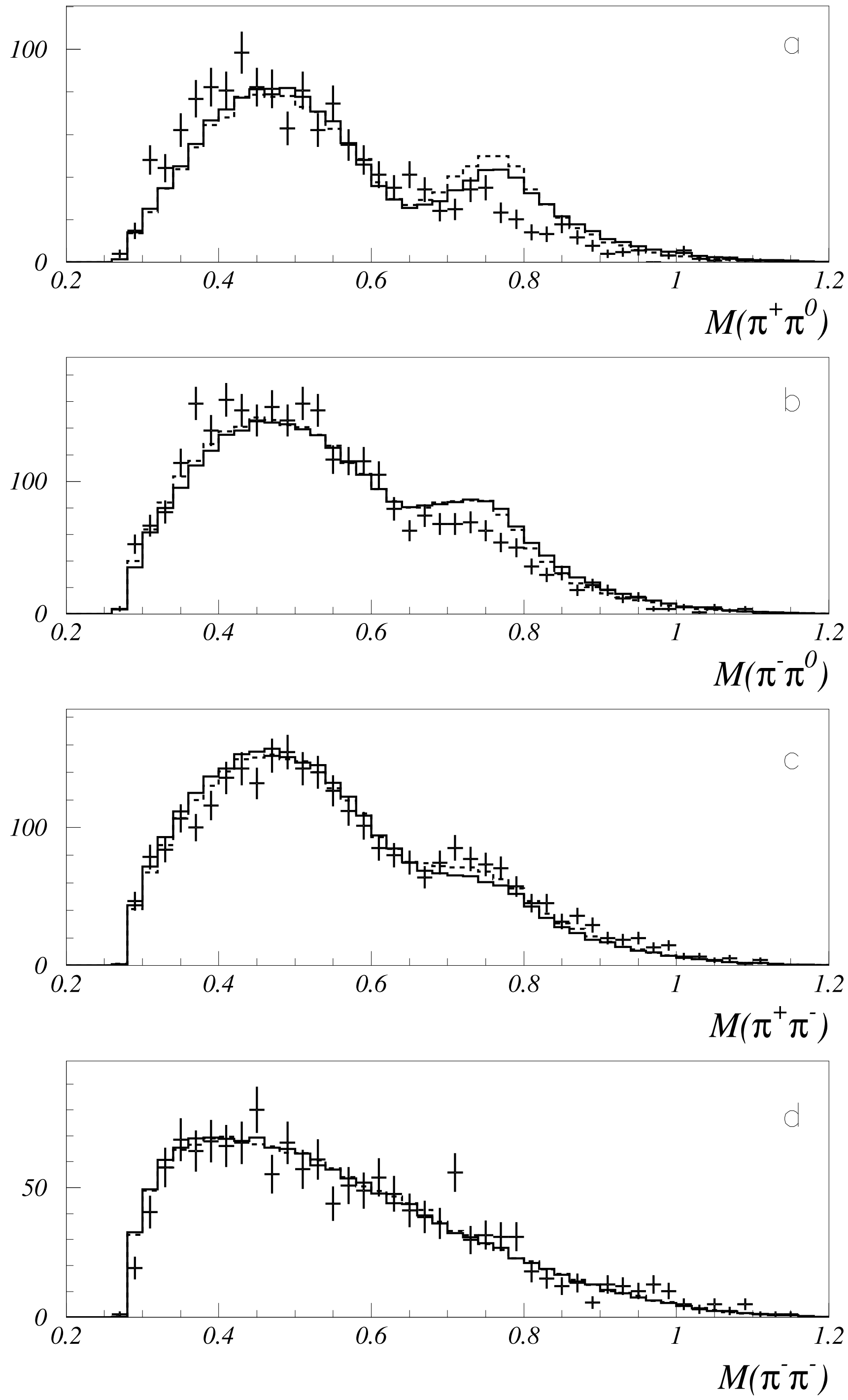

Рис. 6.7: Распределения по инвариантным массам $M_{inv}(\pi^+\pi^0)$, $M_{inv}(\pi^-\pi^0)$, $M_{inv}(\pi^+\pi^-)$ и $M_{inv}(\pi^-\pi^-)$ для распадов $\tau^- \to 2\pi^-\pi^+\pi^0\nu_\tau$, полученные ARGUS [18]. Сплошная линия показывает наше предсказание с учетом примеси $\sigma\pi$ в распадах $a_1 \to 3\pi$. Пунктирная линия соответствует распаду a_1 только на $\rho\pi$.

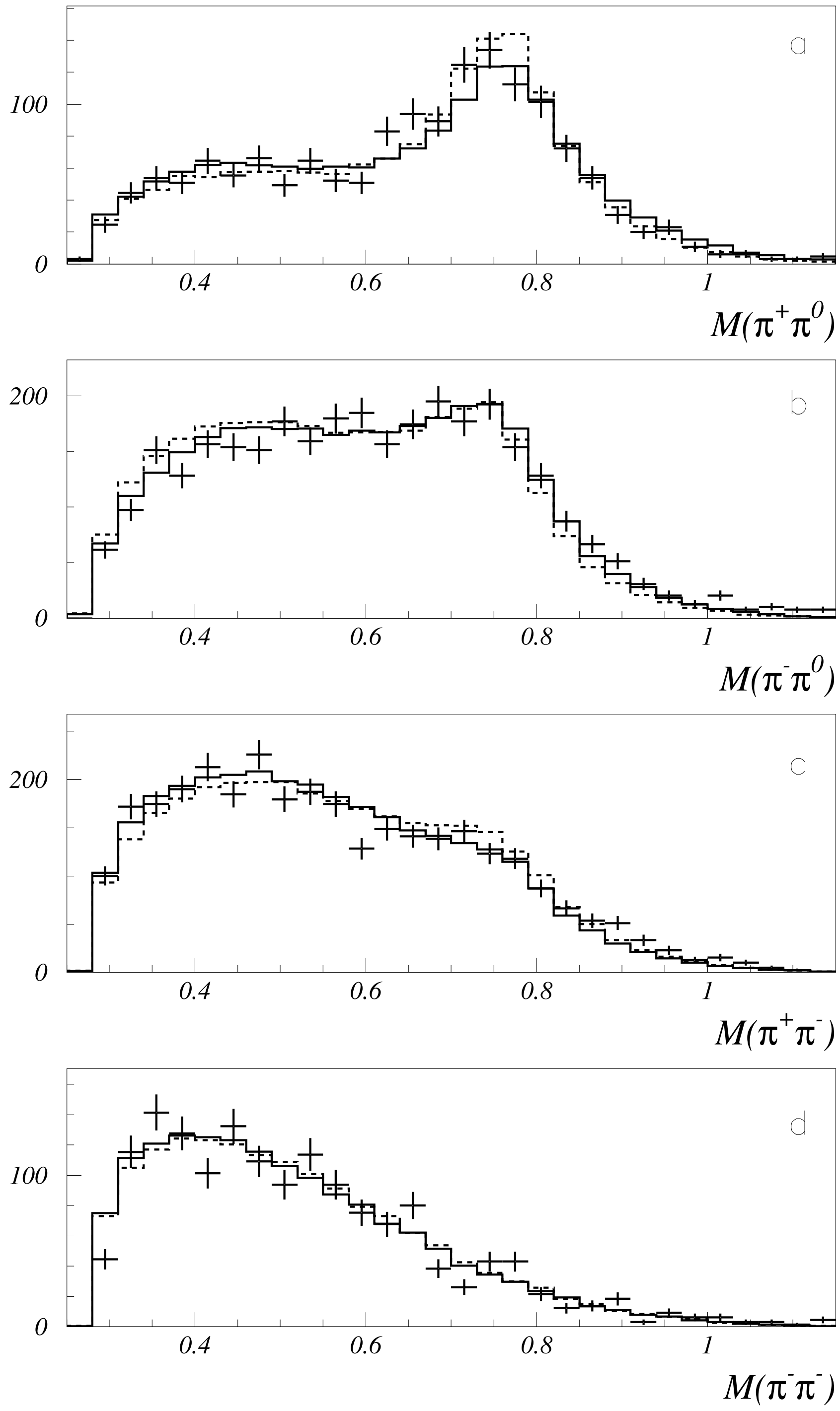

Рис. 6.8: Распределения по инвариантным массам $M_{inv}(\pi^+\pi^0)$, $M_{inv}(\pi^-\pi^0)$, $M_{inv}(\pi^+\pi^-)$ и $M_{inv}(\pi^-\pi^-)$ для распадов $\tau^- \to 2\pi^-\pi^+\pi^0\nu_\tau$ с вычтенным вкладом $\omega\pi^-$, полученные ALEPH [20]. Сплошная линия показывает наше предсказание с учетом примеси $\sigma\pi$ в распадах $a_1 \to 3\pi$. Пунктирная линия соответствует распаду a_1 только на $\rho\pi$.

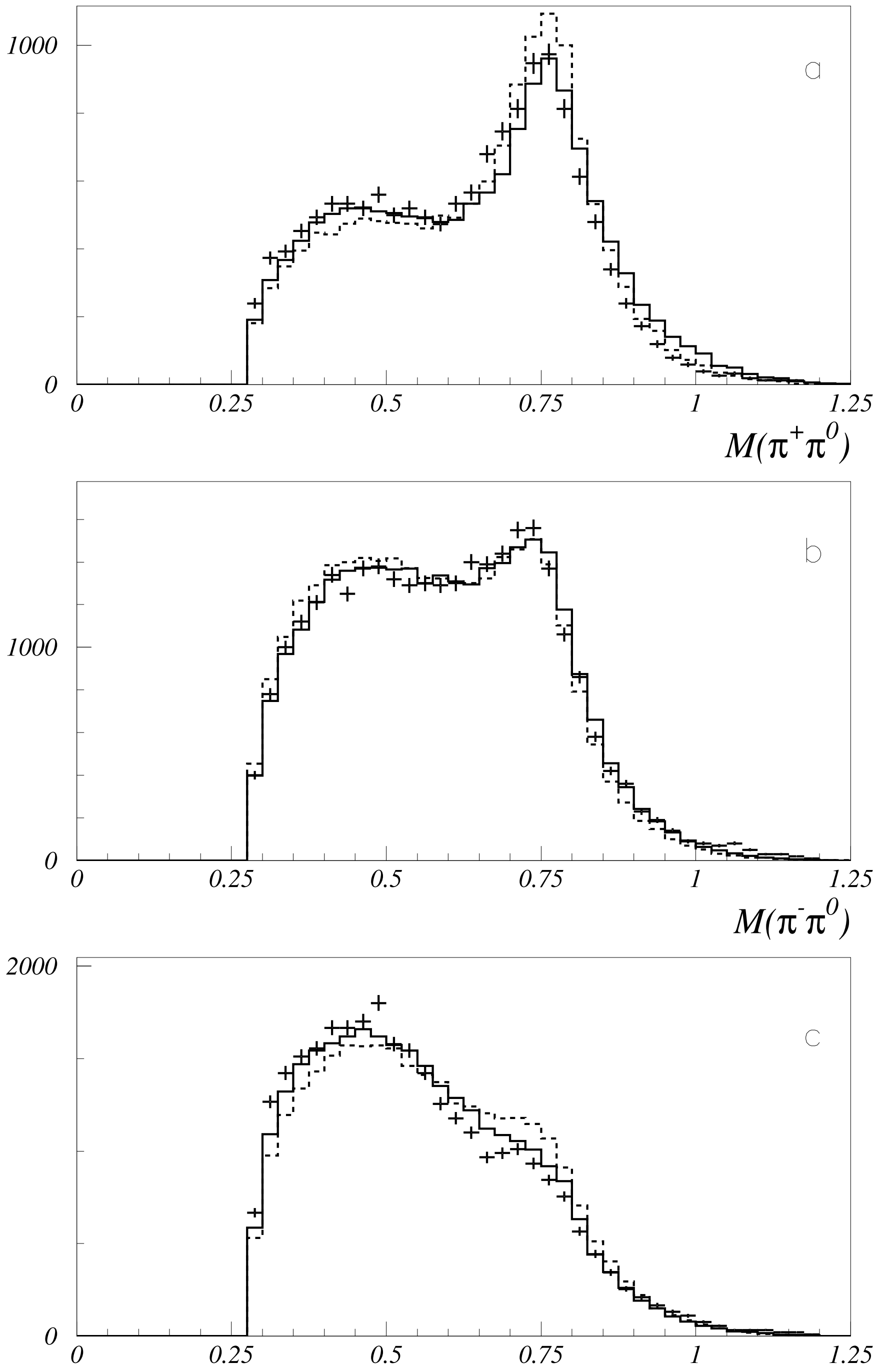

Рис. 6.9: Распределения по инвариантным массам $M_{inv}(\pi^+\pi^0)$, $M_{inv}(\pi^-\pi^0)$ и $M_{inv}(\pi^+\pi^-)$ для распадов $\tau^- \to 2\pi^-\pi^+\pi^0\nu_\tau$ с вычтенным вкладом $\omega\pi^-$, полученные группой CLEO-II [59]. Сплошная линия показывает наше предсказание с учетом примеси $\sigma\pi$ в распадах $a_1 \to 3\pi$. Пунктирная линия соответствует распаду a_1 только на $\rho\pi$.

амплитуду распада $\tau^- \to 2\pi^-\pi^+\pi^0\nu_\tau$ дают $\omega\pi^0$ и $a_1(1260)\pi$ механизмы.

На Рисунке 6.10 приведен результат сравнения группой CLEO-II своих данных по измерению спектральной функции, пропорциональной сечению рождения 4π в e^+e^- аннигиляции ($V(q) \sim \frac{1}{2}R_{2\pi^+2\pi^-} + R_{\pi^+\pi^-2\pi^0}$), с результатами наших измерений [60]. Белыми символами показан результат CLEO-II по измерению спектральных функций для полных сечений (квадратики) и вклада процесса $\omega\pi^0$ (треугольники). Соответствующие этим случаям наши результаты представлены черными символами. Следует отметить хорошее согласие этих данных между собой.

Таблица 6.1: Результат анализа CLEO-II распадов $\tau^- \to 2\pi^-\pi^+\pi^0\nu_\tau$

Мода	Относительная амплитуда
$\omega\pi^-\nu_\tau$	$0.38 \pm 0.02 \pm 0.01$
$a_1\pi\nu_\tau$	$0.49 \pm 0.02 \pm 0.01$
$\sigma\rho\nu_\tau$	$0.01 \pm 0.02 \pm 0.01$
$f_0\rho\nu_\tau$	$0.01 \pm 0.01 \pm 0.01$

На Рисунке 6.11 приведен результат сравнения группой CLEO-II набора распределений по различным инвариантным массам с моделью $\omega\pi^0$ и $a_1\pi$. Экспериментальные данные представлены точками с ошибками, а предсказание модели показано сплошной линией. Следует отметить очень хорошее согласие между наблюдаемыми распределениями с предсказанием этой модели. Поскольку анализ CLEO-II уже учитывает влияние детектора, его следует рассматривать как независимое количественное подтверждение наших заключений, основанных на анализе данных e^+e^- аннигиляции.

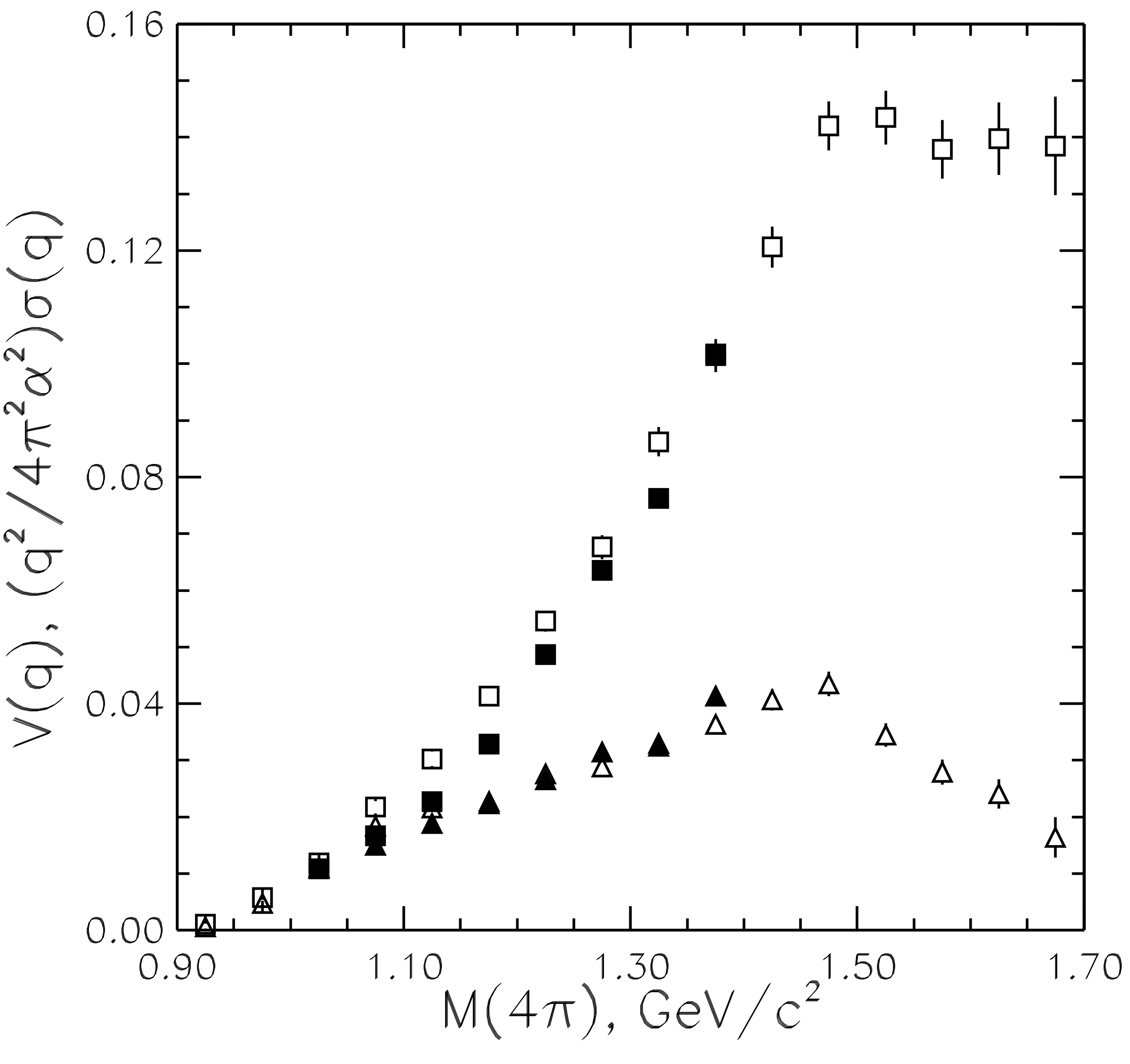

Рис. 6.10: Результат CLEO-II [63]: Сравнение спектральной функции полного сечения 4π (квадратики) и вклада процесса $\omega\pi^0$ (треугольники). Белыми символами показан результат CLEO-II [63], а черными — данные КМД-2 [60].

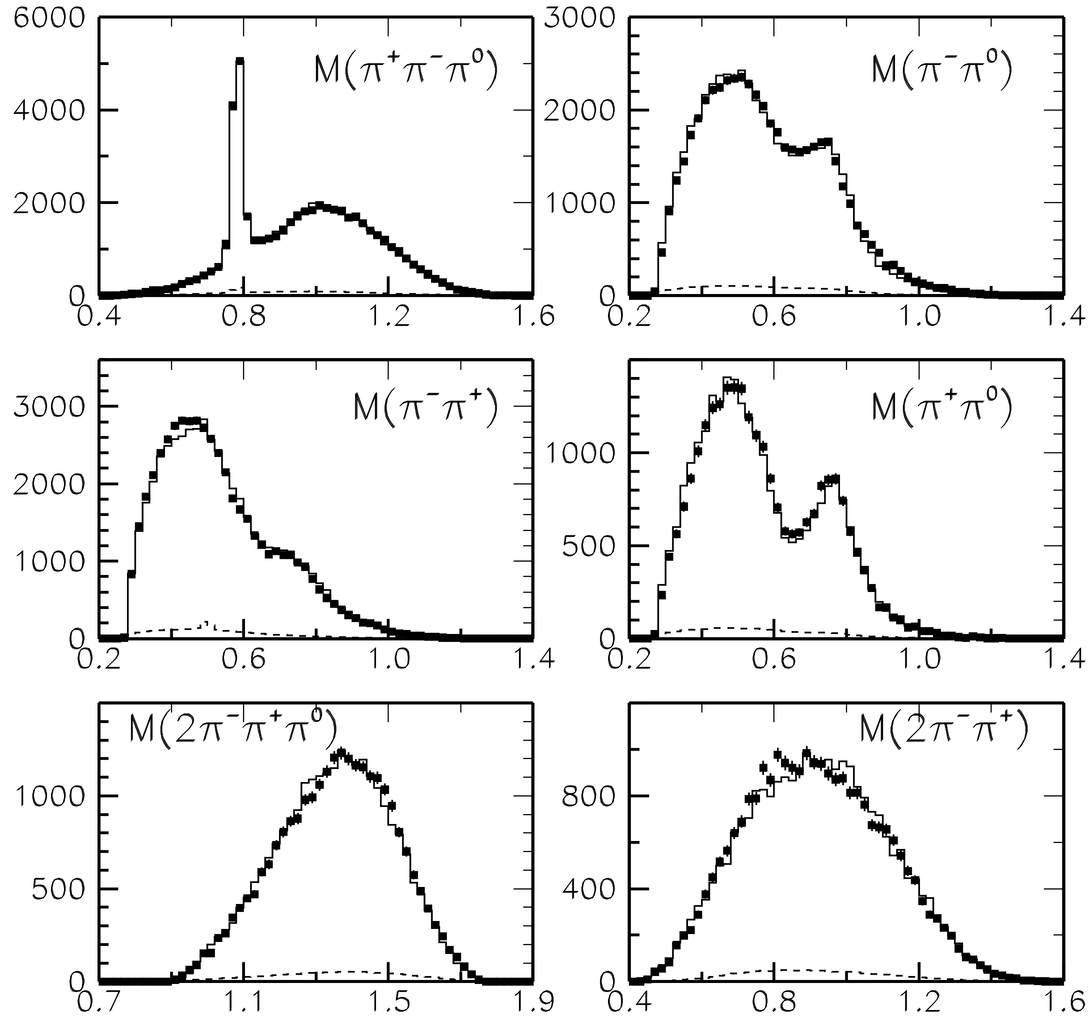

Рис. 6.11: Результат CLEO-II [63]: Сравнение распределений по инвариантным массам пионов с моделью $\omega\pi^0$, $a_1\pi$, $\sigma\rho$ и $f_0\rho$

Глава 7

Обсуждение результатов

Детальное исследование энергетической зависимости эксклюзивных каналов e^+e^- аннигиляции является важным для понимания структуры адронной системы, представляющей собой результат сложной интерференции таких резонансов как $\rho(770)$, $\rho(1450)$, $\rho(1700)$ и т.д. Первые попытки теоретического объяснения [64–67] полных сечений были сделаны вскоре после первого наблюдения множественного рождения адронов в e^+e^- аннигиляции во Фраскати и Новосибирске. В этих работах впервые использовалась каскадная модель и были расчитаны сечения рождения четырех пионов через различные промежуточные механизмы ($\omega\pi^0$, $a_1\pi$, $\rho\sigma$ и т.д.) в предположении начального состояния $\rho(770)$.

Последующие более точные измерения показали, что сечения обоих каналов $2\pi^+2\pi^-$ и $\pi^+\pi^-2\pi^0$ имеют широкий максимум в районе 1,6 ГэВ, который не удается объяснить только одним начальным резонансом $\rho(770)$. Это привело к появлению большого ряда теоретических работ [68–71], в которых делалась попытка объяснить всю совокупность данных по e^+e^- аннигиляции (а в некоторых работах и данных по фоторождению и распадам τ-лептона) существованием радиальных возбуждений ρ, ω и ϕ мезонов. Детальный обзор [44] указывает на существование целого ряда таких резонансов: $\omega(1420)$, $\rho(1450)$, $\omega(1600)$, $\phi(1680)$, $\rho(1700)$ и т.д. Однако, даже такие фундаментальные параметры этих состояний как масса, полная и лептонная ширины известны с плохой точностью, их значения, полученные по разным модам распада, существенно отличаются друг от друга и само существование отдельных резонансов нельзя считать достоверно установленными.

В последние годы появился целый ряд теоретических работ [72–74], обсуждающих возможность существования в этой области энергий экзотических векторных состояний типа гибридов ($q\bar{q}g$), которые могут смешиваться с обычными радиальными возбуждениями легких кваркониев. Эти модели предсказывают для гибридов, в отличие от обычных кваркониев, доминирование в многоадронных распадах механизма $a_1(1260)\pi$. Тем не менее, окончательное решение вопроса о природе начального адронного состояния потребует детального изучения зависимости сечений эксклюзивных каналов в широкой области энергий.

В этой работе мы заметно продвинулись в понимании механизмов распада начального состояния с эффективной массой до 1,38 ГэВ. Детальный анализ процесса $e^+e^- \to \pi^+\pi^-2\pi^0$ однозначно показывает, что основной вклад в сечение дают промежуточные состояния $\omega\pi^0$ и $\rho^\pm\pi^\mp\pi^0$, в то время как состояние $\rho^0\pi^0\pi^0$ не наблюдается. Более того, состояние $\rho^\pm\pi^\mp\pi^0$ полностью насыщается промежуточным состоянием типа $A\pi$, где A – тяжелый резонанс с квантовыми числами $I^G\,J^{PC} = 1^-1^{++}$. Этот же механизм рождения $\rho^0\pi^+\pi^-$ доминирует в сечении процесса $e^+e^- \to 2\pi^+2\pi^-$.

Анализ природы этого резонанса заслуживает отдельного рассмотрения. Дело в том, что поскольку наши данные были получены ниже порога рождения $a_1(1260)\pi$, то они слабо чувствительны к параметрам резонанса $a_1(1260)$. Более того, даже при замене пропагатора a_1-мезона на константу модель продолжает хорошо описывать все наблюдаемые спектры. Поэтому, на основе только данных из e^+e^- аннигиляции ниже 1,38 ГэВ, можно сделать заключение только о квантовых числах наблюдаемого состояния. Ближайший по энергии резонанс с такими набором квантовых чисел является $a_1(1260)$ и в рамках используемой нами модели, учитывающей вклады только ближайших промежуточных состояний, наблюдаемый нами процесс рождения $\rho\pi\pi$ следует сопоставить с $a_1(1260)\pi$ механизмом.

Более того, в силу сохранения изовекторного тока, наблюдаемый нами механизм рождения четырех пионов обязан давать заметный вклад в распады $\tau \to 4\pi\nu_\tau$, где, как уже отмечалось, модель заметно более чувствительна к параметрам наблюдаемого резонанса. Последние результаты CLEO-II [63] подтверждают наши выводы, основанные на анализе e^+e^- данных, и позволяют с большей уверенностью отождествить наблюдаемое промежуточное состояние как $a_1(1260)\pi$. К сожалению, мы пересекаемся с данными по распадам τ-лептона в области эффективных масс начальной адронной системы только до 1,38 ГэВ, в то время как область до $m_\tau = 1,78$ ГэВ остается недостаточно детально изученной в e^+e^- аннигиляции.

Сравнение экспериментальных данных с расчетом показывает, что учет интерференции пионов конечного состояния является важным как для предсказаний дифференциальных распределений, так и для расчета полных сечений. В настоящее время моделирование распадов τ-лептона, в основном, базируется на программе TAUOLA [75], которая корректно воспроизводит только основные кинематические свойства продуктов распада. Как показывает анализ [76] группы OPAL, в случае четырехпионного конечного состояния наблюдается заметное различие между моделированием в рамках TAUOLA и экспериментальными данными по измерению спектральной функции в распадах τ-

лептона. Заметим, что используемая в TAUOLA модель основана на устаревших данных по полным сечениям четырехпионного рождения в e^+e^- аннигиляции и не учитывает правильные механизмы распада начальной адронной системы и интерференцию пионов конечного состояния.

Как было показано в Главе 5, резонансы с другими квантовыми числами не могут объяснить всю совокупность наблюдаемых дифференциальных распределений. Анализ возможных примесей таких состояний к основным механизмам $\omega\pi^0$ и $a_1(1260)\pi$ проводился как описано в Разделе 5.10, где мы получали абсолютную величину этих примесей отдельно для каждого альтернативного процесса. Результаты такого анализа являются также модельно зависимыми. Вообще говоря, можно поставить и более сложную задачу, когда исследуемое конечное состояние обусловлено произвольным числом механизмов (больше трех). Решение такой задачи, однако, потребует как существенно более высокой статистики, так и расширения изучаемого диапазона энергии.

Таким образом, мы видим, что экспериментальное изучение e^+e^- аннигиляции в адроны и ее теоретическая интерпретация на качественно новом уровне потребуют детального исследования области энергий от порога рождения четырех пионов до ~ 2 ГэВ. Решение такой задачи станет возможным после запуска обсуждаемой в ИЯФ установки ВЭПП-2000. В этом случае появляется весьма привлекательная возможность экспериментального исследования всей этой области энергий одним детектором.

Глава 8

Заключение

Основные результаты выполненной работы состоят в следующем:

1. Автоматизирована система обработки данных детектора КМД-2, позволившая существенно уменьшить время подготовки к физическому анализу.

2. Измерены сечения процессов $e^+e^- \to \omega\pi^0$, $e^+e^- \to \pi^+\pi^-2\pi^0$ и $e^+e^- \to 2\pi^+2\pi^-$ в области энергий от 1,05 до 1,38 ГэВ.

3. Впервые показано, что основной вклад в сечение процесса $e^+e^- \to \pi^+\pi^-2\pi^0$ дают промежуточные состояния $a_1(1260)\pi$ и $\omega\pi^0$, в то время как сечение процесса $e^+e^- \to 2\pi^+2\pi^-$ полностью объясняется $a_1(1260)\pi$ механизмом.

4. Получены ограничения на примесь альтернативных промежуточных состояний: $a_2(1320)\pi$, $\pi(1300)\pi$, $\rho^+\rho^-$, $h_1(1170)\pi^0$ и $\rho\sigma$.

5. На основе проделанного анализа предложена модель распадов $\tau^- \to 2\pi^-\pi^+\pi^0\nu_\tau$, согласующаяся с экспериментальными данными.

6. Разработан и создан пакет программ первичного моделирования процессов $e^+e^- \to \pi^+\pi^-2\pi^0$, $e^+e^- \to 2\pi^+2\pi^-$ и распадов $\tau^- \to 2\pi^-\pi^+\pi^0\nu_\tau$ через различные промежуточные состояния.

В заключение, я хочу выразить искреннюю благодарность моему научному руководителю А.Е. Бондарю, а также А.И. Мильштейну за исключительное внимание, терпеливое руководство и, по существу, полноценное участие в этой работе. Особую благодарность я хочу выразить Д.В.Черняку за реализацию идей, положенных в основу системы обработки данных. Я очень признателен С.И. Эйдельману, Б.А. Шварцу, Л.М. Курдадзе, Л.М.Баркову, Е.П. Солодову, Б.И. Хазину и А.С. Кузьмину за многочисленные полезные советы и обсуждения, помощь и поддержку. Мне приятно поблагодарить В.Ш.

Банзарова за помощь в создании и администрировании LINUX-кластера. Я хочу поблагодарить всех участников коллаборации КМД-2 и ВЭПП-2М, принимавших участие в эксперименте, а также дирекцию Института за обеспечение проведения и поддержку этого эксперимента.

Литература

1. S.Eidelman and F.Jegerlehner, Z. Phys. **C67** (1995) 585.
2. Y.S.Tsai, Phys. Rev. **D4** (1971) 2821.
   H.B.Thacker and J.J.Sakurai, Phys. Lett. **B36** (1971) 103.
3. S.I.Eidelman and V.N.Ivanchenko, Phys. Lett. **B257** (1991) 437.
4. M.A. Shifman, A.I.Vainshtein and V.I.Zakharov, Nucl.Phys. **B147** (1979) 385-448.
5. B.Bartoli *et al.*, Nuovo Cim. **70A** (1970) 615.
6. L.M.Kurdadze *et al.*, Phys. Lett. **42B** (1972) 515.
7. G.Cosme *et al.*, Phys. Lett. **63B** (1976) 349.
8. V.M.Aulchenko *et al.*, Preprint INP 86-106, Novosibirsk, 1986.
9. Г.А.Аксенов, В.М.Аульченко, Л.М.Барков и др. Проект детектора КМД-2. Препринт ИЯФ **85-118**, Новосибирск, 1985.
10. E.V.Anashkin, V.M.Aulchenko, S.E.Baru *et al.* General Purpose Cryogenic Magnetic Detector CMD-2 for Experiments at The VEPP-2M Collider. ICFA Instrumentation Bulletin, 1988, **v.5** p.18.
11. В.В.Анашин, И.Б.Вассерман, В.Г.Вещеревич и др. Электрон-позитронный накопитель-охладитель БЭП. Препринт ИЯФ **84-114**, Новосибирск, 1984.
12. B.Esposito *et al.*, Lett. Nuovo Cim. **28** (1980) 195.
13. A.Cordier *et al.*, Phys. Lett. **109B** (1982) 129.
14. L.M.Kurdadze *et al.*, JETP Lett. **47** (1988) 512.
15. L.M.Barkov *et al.*, Sov. J.Nucl. Phys. **47** (1988) 248.
16. S.I.Dolinsky *et al.*, Phys. Lett. **B174** (1986) 453.
17. H.Albrecht *et al.*, Phys. Lett. **B185** (1987) 223.
18. H.Albrecht *et al.*, Phys. Lett. **B260** (1991) 259.
19. R.Balest *et al.*, Phys. Rev. Lett. **75** (1995) 3809.
20. D.Busculic *et al.*, Zeit. f. Phys. **C74** (1997) 263.
21. D.Bisello *et al.*, Preprint LAL-91-64, Orsay, 1991.
22. D.Bisello *et al.*, Nucl. Phys. **B21** (Proc. Supp.) (1991) 111.
23. Рабочие материалы, Накопительное кольцо БЭП, Препринт ИЯФ **83-98**, Новосибирск, 1983.
24. В.М.Аульченко, В.А.Аксенов, П.М.Бесчастнов *и др.*, СНД — Сферический Нейтральный Детектор для ВЭПП-2М, Препринт ИЯФ **87-36**, Новосибирск, 1987.
25. E.V.Anashkin, V.M.Aulchenko, S.E.Baru *et al.* A coordinate system of the CMD-2 detector. Nucl.Instrum. and Meth., 1989, **v.A283**, p.752.
26. В.М.Аульченко, Б.О.Байбусинов, В.М.Титов. Информационные платы Т, ТП, Т2А

системы сбора данных КЛЮКВА. Препринт ИЯФ **88-22**, Новосибирск, 1988.

27. D.V. Chernyak, D.A.Gorbachev, F.V.Ignatov *et al.* The Performance of the Drift Chamber for the CMD-2 detector., Proceedings of The instrumentation conference in Vienna, Austria, 1998.
28. E.V. Anashkin, V.M.Aulchenko, V.E.Fedorenko *et al.* Z chamber and the trigger of the CMD-2 detector., Nucl.Instrum. and Meth., 1992, **v.A323**, p.178.
29. V.M.Aulchenko, B.O. Baibusinov, A.E. Bondar *et al.*, CMD-2 barrel calorimeter. Nucl.Instrum. and Meth., 1993, **v.A336**, p.53.
30. D.N.Grigoriev *et al.*, IEEE Trans.Nuc.Sci., **Vol.42**, No.4 (1995) p.505.
31. В.М. Аульченко, Г.С. Пискунов, Е.П. Солодов, В.М. Титов. Трековый процессор для КМД-2. Препринт ИЯФ **88-43**, Новосибирск, 1988.
32. В.М. Аульченко и др., Электроника калориметра КМД-2. Препринт ИЯФ **92-28**, Новосибирск, 1992.
33. G.A. Aksenov, E.V. Anashkin, V.M.Aulchenko *et al.* The CMD-2 Data Acquisition and Control System. Proceedings of The International Conference on Computing in High Energy Physics (CHEP-92), Annecy (France), 1992.
34. V.M.Aulchenko, S.E.Baru, G.A.Savinov et al. Electronics of new detectors of the INP for colliding beam experiments. Proceedings of the International Symposium on Position Detectors in High Energy Physics, Dubna, 1988, p. 371.
35. Блоки выполненные в стандарте КАМАК. Информационный материал. Препринт ИЯФ, Новосибирск, 1985.
36. R.Brun and J.Zoll. ZEBRA User Guide. CERN program library entry Q100, CERN, Switzerland.
37. П.А.Лукин. Восстановление треков заряженных частиц в ДК КМД-2., дипломная работа, НГУ, Новосибирск, 1996.
38. И.Б.Логашенко, Измерение светимости для заходов ϕ-96. Меморандум КМД-2, 1998.
39. G.V.Fedotovich (CMD-2 collaboration), Measurement of the $e^+e^- \to \pi^+\pi^-$ cross section in the energy range between ρ and ϕ mesons. Proc. of the Second Workshop on Physics and Detectors for DAϕNE, Frascati,1995
40. F.A. Berends, R. Kleiss, Distributions in the process $e^+e^- \to e^+e^-(\gamma)$. Nucl.Phys., 1983 **v.B228**, p.537
41. P.A.Aarnio *et al.* Fluka user's guide. Technical Report TIS-RP-190, CERN, 1990.
42. A. Fasso *et al.* A comparison of FLUKA Simulations with measurements of Fluence and Dose in Calorimeter Structures. Nucl.Instr. & Meth., A332 (1993) 332-459.
43. Иванченко В.Н. Нейтральные радиационные распады легких векторных мезонов. Диссертация на соискание ученой степени доктора физико-математических наук. Ин-

ститут ядерной физики им. Будкера СО РАН, Новосибирск, 1997

44. C.Caso *et al.*, Review of Particle Physics, Eur. Phys. J. **C3**(1998)1.
45. Д.Худсон, Статистика для физиков. из-во “Мир”, Москва, 1970.
46. F.James, MINUIT - Function Minimization and Error Analysis, CERN Program Library, 1994.
47. Г.И.Копылов, Основы кинематики резонансов, из-во “Наука”, Москва, 1970.
48. Э.В. Анашкин и др., Моделирование детектора КМД-2, Препринт ИЯФ **99-1**, Новосибирск, 1999.
49. R. Brun *et. al.* GEANT3. User's guide. CERN DD/EE/84-1, Geneva, 1987.
50. D.M.Asner *et al.*, hep-ex/9902022 (1999).
51. Э.А.Кураев, В.С.Фадин Радиационные поправки к сечению однофотонной аннигиляции e^+e^- пары большой энергии. Ядерная физика. **т.41, вып.3**, с. 733
52. L.M.Kurdadze *et al.*, JETP Lett. **43** (1986) 643.
53. V.M.Aulchenko *et al.*, Phys.Lett., **B436** (1998) 199.
54. S.I.Dolinsky *et al.*, Phys. Rep. **202** (1991) 99.
55. G.Cosme *et al.*, Nucl. Phys. **B152** (1979) 215.
56. C.Bacci *et al.*, Nucl. Phys. **B184** (1981) 31.
57. C.Bacci *et al.*, Phys. Lett. **95B** (1980) 139.
58. W.T.Ford, Nucl. Phys. **B40** (Proc. Suppl.) (1995) 191.
59. M.Athanas *et al.*, hep-ex/9906015 (1999).
60. R.R.Akhmetshin *et al.*, $a_1(1260)\pi$ dominance in the process $e^+e^- \to 4\pi$ at energies 1.05 – 1.38 GeV, Preprint Budker INP 98-83, Novosibirsk, 1998, hep-ex/9904024, 1999. Принято к публикации в Phys. Lett. B.
61. R.R. Akhmetshin *et al.*, Recent results from CMD-2 detector at VEPP-2M, Preprint Budker INP 99-11, Novosibirsk, 1999.
62. A.E.Bondar, S.I.Eidelman, A.I.Milstein and N.I.Root, On the role of $a_1(1260)$ meson in the $\tau \to 4\pi\nu_\tau$ decay Preprint BudkerINP 99-56, Novosibirsk, 1999, hep-ph/9907283, 1999. Принято к публикации в Phys. Lett. B.
63. K.W.Edwards *et al.*, hep-ex/9908024, 1999.
64. А.Н.Алтухов, И.Б.Хриплович, Ядерная Физика т.14, вып. 4, (1971) 783-786.
65. G.Kramer, J.L.Vretsky, T.F.Walsh, Phys. Rev. D v3, 3 (1971) 719.
66. J.Layssac and F.M.Renard, Lettere Al Nuovo Cimento v1, 5 (1971)
67. G.Kramer and T.F.Walsh, Z.Physik 263 (1973) 361-386.
68. G.Puso and T.N.Truong, Phys. Lett. v 95B, 1 (1980) 143-148.
69. P.J.O'Donnell, Phys. Rev. D v22, 3 (1980) 711-714.
70. A.B.Clegg and A.Donnachie, Z.Phys. C62 (1994) 455-496.

71. N.N.Achasov and A.A.Kozhevnikov, Phys. Rev. D v55, 5 (1997) 2663-2670.

72. F.E.Close and P.R.Page, Nuclear Physics B433, (1995) 233-254.

73. F.E.Close and P.R.Page, Phys. Rev. D v56, 3 (1997) 1584-1588.

74. T.Barnes, F.E.Close, P.R.Page and E.S.Swanson, Phys. Rev. D v55, 7 (1997) 4157-4188.

75. S.Jadach, J.H.Kühn and Z.Was, Comput. Phys. Commun. **64** (1991) 275; **70** (1992) 69; **76** (1993) 361.

76. K.Ackerstaff *et al.*, Eur. Phys. J. **C7** (1999) 571.