

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ
ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«НОВОСИБИРСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ» (НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ, НГУ)

Факультет **ФИЗИЧЕСКИЙ**
Кафедра **Физики элементарных частиц**

Направление подготовки **03.04.02 ФИЗИКА**

Образовательная программа: **МАГИСТРАТУРА**

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА
научно-исследовательский формат
Куценко Богдан Дмитриевич

(Фамилия, Имя, Отчество автора)

Тема работы **Изучение конверсионного распада омега мезона в нейтральный пион и электрон-позитронную пару на детекторе КМД-3**

«К защите допущен»

Заведующий кафедрой

д-р физ.-мат. наук

зам. директора ИЯФ СО РАН

Логашенко И.Б./.....
(фамилия И., О.) / (подпись, МП)

«.....».....2022г.

Научный руководитель

канд. физ.-мат наук

в.н.с. ИЯФ СО РАН

Казанин В.Ф./.....
(фамилия И., О.) / (подпись, МП)

«.....».....2022г.

Дата защиты: «.....».....2022г.

Новосибирск, 2022

Оглавление

Введение	3
Глава 1. Комплекс ВЭПП-2000 и детектор КМД-3	5
1.1. Обзор ускорительного комплекса ВЭПП-2000	5
1.2. Детектор КМД-3	6
Глава 2. Отбор сигнальных событий и обработка данных	11
2.1. Моделирование процессов	11
2.2. Свойства распада ω -мезона в $\pi^0 e^+ e^-$	12
2.3. Условия отбора сигнальных событий	13
2.4. Эффективность триггера	18
2.5. Эффективность восстановления близких треков	20
2.6. Конверсия фотона в $e^+ e^-$ на веществе	27
Глава 3. Анализ отобранных событий $(\rho, \omega) \rightarrow \pi^0 e^+ e^-$	35
3.1. Учёт вклада событий распада $\omega \rightarrow \pi^0 \pi^+ \pi^-$	35
3.2. Учёт вклада событий КЭД	38
3.3. Борновское сечение из МВД	41
3.4. Определение вероятности распада $\omega \rightarrow \pi^0 e^+ e^-$	44
3.5. Анализ систематических ошибок	48
Заключение	52
Список литературы	54
Приложение А. Нейронная сеть и деревья решений	58
1. Глубокая нейронная сеть и градиентный бустинг деревьев решений	58
2. Описание моделей МР, ВДТ и ансамбль	60

Введение

Распады, в которых мезон одного типа переходит в мезон другого типа с рождением пары лептон-антилептон, называют конверсионными. В работе изучался конверсионный распад векторного мезона ω в псевдоскалярный π^0 мезон, в котором ω мезон происходит от столкновения электрон-позитронной пары — $e^+e^- \rightarrow \omega \rightarrow \pi^0 e^+e^-$. Однако, при анализе данного процесса вблизи ω мезона необходимо также учитывать влияние широкого ρ мезона. Две фейнмановские диаграммы, дающие основной вклад в изучаемый процесс, представлены на Рис. 1.

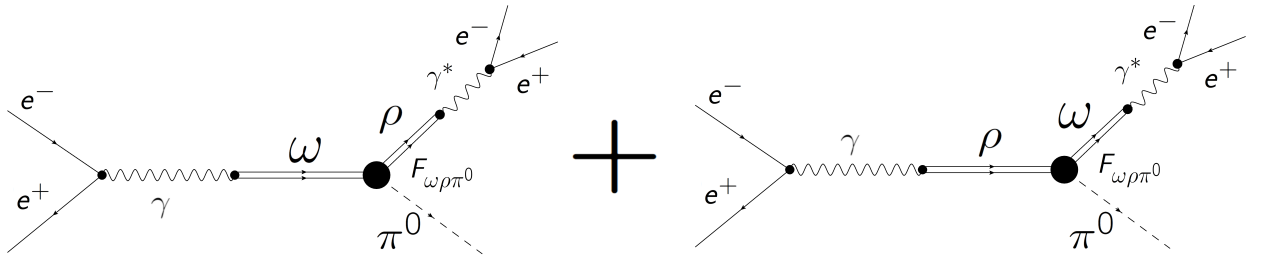


Рис. 1. Диаграммы Фейнмана, дающие вклад в изучаемый процесс $e^+e^- \rightarrow (\omega, \rho) \rightarrow \pi^0 e^+e^-$. $F_{\omega\rho\pi^0}$ — переходный электромагнитный формфактор $\omega\rho\pi^0$.

Точные расчёты вероятности распада e^+e^- в адроны с использованием теории возмущения на основе квантовой хромодинамики при энергиях $\sqrt{s} < 10$ ГэВ крайне трудоёмки, а, зачастую, невозможны [1]. В связи с этим, для расчётов таких процессов используют феноменологическую модель векторной доминантности (МВД). В соответствии с моделью, фотонная структурная функция [2] может состоять только из лёгких векторных мезонов и их возбуждённых состояний. Следовательно, взаимодействия между фотонами и адронной материей происходят путем обмена ω , ρ , ϕ мезонов и их возбуждённых состояний. Предсказания МВД согласуются в пределах ошибки с экспериментальными измерениями при низких энергиях [3, 4]. Относительная вероятность процесса $e^+e^- \rightarrow \omega \rightarrow \pi^0 e^+e^-$, полученная из оценок в МВД, лежит в диапазоне $(7, 2 - 8, 0) \cdot 10^{-4}$ [3, 4].

Помимо проверки МВД, интерес к изучению конверсионных распадов вызван экспериментами по изучению свойств кварк-глюонной плазмы (КГП). КГП образуется при столкновении тяжёлых ионов, её свойства изучают, например, на коллайдере ЛНС в экспериментах LHCb, CMS, ATLAS. Одним из основных методов изучения свойств КГП является анализ энергетического спектра фотонов, испускаемых на разных стадиях эволюции КГП [5, 6]. Данный спектр не затронут взаимодействиями в конечном состоянии, что обеспечивает неискаженную информацию о взаимодействии кварков и глюонов. Однако, точное измерение энергетического фотонного спектра осложняется большим количеством фоновых фотонов. Существенно лучше удаётся выделить дилептоны (e^+e^-), где основным источником фона являются распады конверсионных мезонов, в частности $\omega \rightarrow \pi^0 e^+ e^-$. В настоящий момент измеренный в эксперименте спектр e^+e^- пар, рождённых из КГП, расходится с теоретическими предсказаниями [7]. Для определения количества такого рода пар используют, в том числе, экспериментальные данные о вероятности конверсионных распадов векторных мезонов в псевдоскалярный и e^+e^- пару. Соответственно, низкая точность определения относительной вероятности распада $\omega \rightarrow \pi^0 e^+ e^-$ даёт вклад в ошибку измерения. В данной работе $Br(\omega \rightarrow \pi^0 e^+ e^-)$ измерен с рекордной точностью.

Для изучения процесса были использованы экспериментальные данные, набранные в 2013 году с детектора КМД-3 [8], принимающем участие в эксперименте на электрон-позитронном ускорительном комплексе ВЭПП-2000 [9] в ИЯФ СО РАН. Используемые в анализе экспериментальные данные соответствуют интегральной светимости около 10 пб^{-1} , набранной в диапазоне энергий в системе центра масс от 660 МэВ до 840 МэВ. Измерено видимое сечение исследуемого процесса и получен предварительный результат для относительной вероятности распада $Br(\omega \rightarrow \pi^0 e^+ e^-)$.

Комплекс ВЭПП-2000 и детектор КМД-3

1.1. Обзор ускорительного комплекса ВЭПП-2000

Схема комплекса ВЭПП-2000, на момент набора статистики, используемой в данной работе, показана на Рис. 1.1. Комплекс состоит из инжекционной части, которая включает в себя систему формирования пучков, синхротрон, бустер электронов и позитронов БЭП и коллайдера ВЭПП-2000.

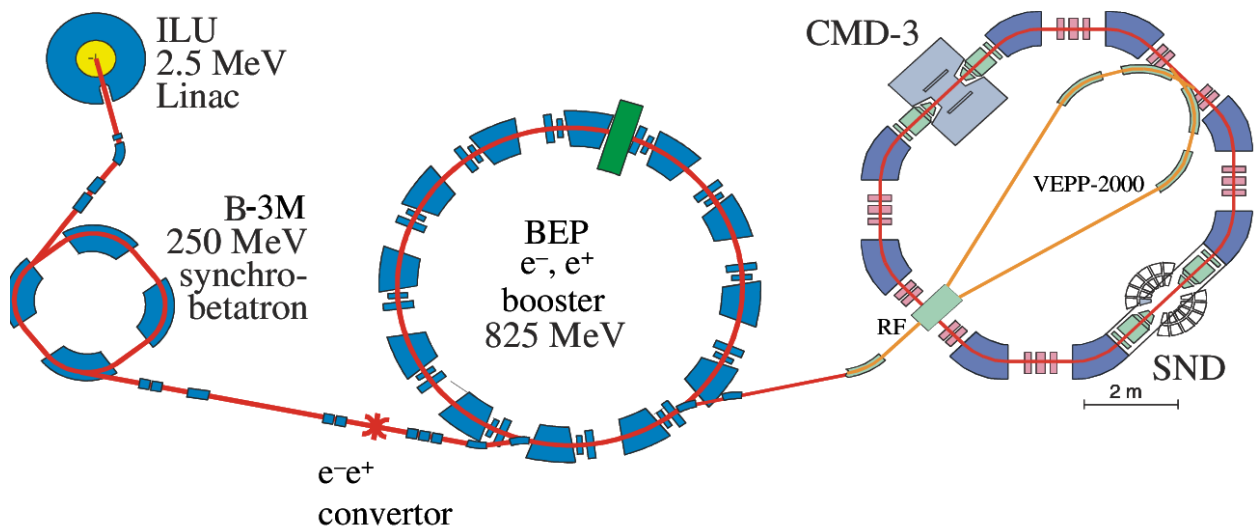


Рис. 1.1. Схема комплекса ВЭПП-2000

Пучки электронов и позитронов с максимальной энергией 3 МэВ создаются на импульсно-линейном ускорителе электронов ИЛУ, затем перепускаются в синхротрон Б-3М. В режиме накопления позитронов используют пучки энергией 250 МэВ и вольфрамовый конвертор, в режиме накопления электронов — 120 МэВ. После ускорения в бустерном синхротроне БЭП, пучки перепускаются в накопительное кольцо ВЭПП-2000, для удержания средней светимости на максимально возможном уровне. В коллайдере ВЭПП-2000 используют две пары сверхпроводящих соленоидов с полем

13 Тл, что позволяет создать пучки круглого сечения. Это необходимо для повышения светимости. Кольцо коллайдера состоит из четырех 90-градусных ахроматических изгибов с четырьмя прямыми участками. Два из них заняты детекторами КМД-3 [8] и СНД [10]. Основные параметры коллайдера приведены в Таблице 1.1.

Таблица 1.1. Характеристики накопителя ВЭПП-2000

Энергия пучков, МэВ	320 — 2000
Длина орбиты, см	2439
Светимость, $\text{см}^{-2}\text{с}^{-1}$	$0,6 - 0,8 \cdot 10^{32}$
Энергетический разброс в пучке (500 МэВ), кэВ	300
Число частиц в сгустке	$1 \cdot 10^{11}$
Длина сгустка, см	3,5
Поперечные размеры пучка, мм	0,1

1.2. Детектор КМД-3

Криогенный магнитный детектор (КМД-3) — универсальный детектор, предназначенный для изучения аннигиляции e^+e^- в адроны с высокой точностью [8]. Основным аспектом физической программы эксперимента являются прецизионные измерения адронных сечений в области центра масс в диапазоне энергий от 0,4 ГэВ до 2 ГэВ. В 2010 на КМД-3 начался физический набор данных. На текущий момент набрана интегральная светимость около 500 пб^{-1} . Интегральная светимость измерялась путем подсчёта событий $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$ и $e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma$. Систематическая неопределённость измерения светимости при высоких энергиях оценивается в 1% [11].

Пучки электронов и позитронов сталкиваются в вакуумной камере (1), которая имеет внутренний диаметр 34 мм. Трековая система детекто-

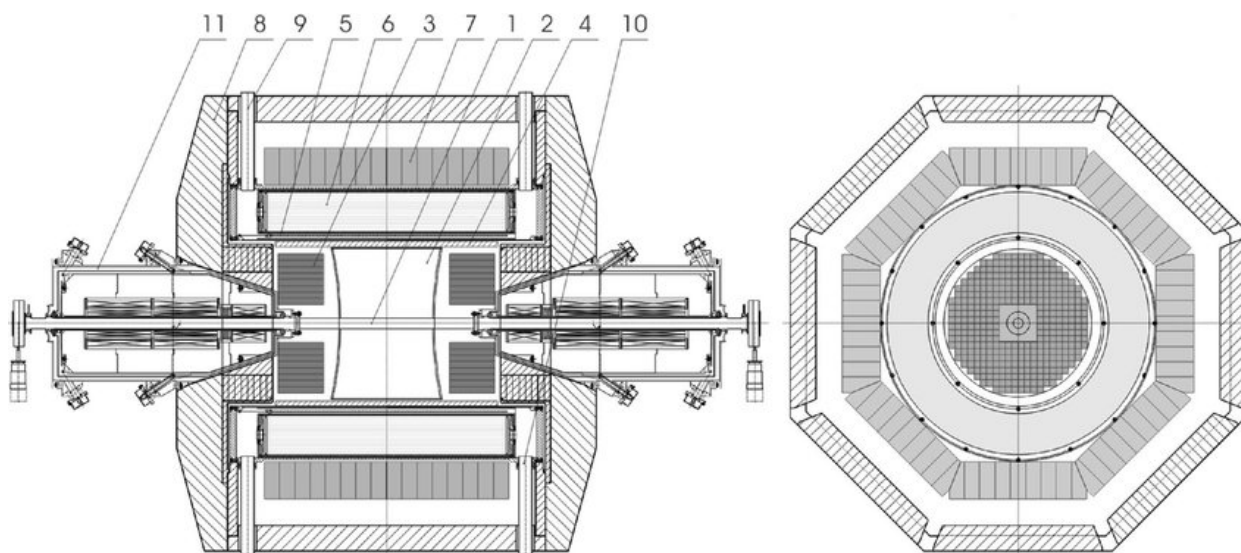


Рис. 1.2. Детектор КМД-3. 1 — ось электрон-позитронных пучков; 2 — дрейфовая камера; 3 — торцевой калориметр; 4 — Z-камера; 5 — сверхпроводящий магнит; 6 — LXe калориметр; 7 — CsI калориметр; 8 — железное ярмо; 9 — фокусирующие соленоиды.

ра КМД-3 состоит из двухслойной многопроводочной пропорциональной Z-камеры [12] и цилиндрической дрейфовой камеры (ДК) [13] с шестиугольными ячейками, объём ДК заполнен смесью аргона и изобутана. Магнитное поле 1,3 Тл внутри дрейфовой камеры создаётся сверхпроводящим соленоидом (5). Магнитное поле участвует в разделении частиц по знаку заряда и определении импульсов заряженных частиц. Цилиндрическая часть электромагнитного калориметра расположена вне сверхпроводящего соленоида и состоит из двух секций. Внутренняя секция — калориметр на основе LXe (6) толщиной $5,4 X_0$, где X_0 — радиационная длина. LXe калориметр позволяет измерять координаты фотона с точностью до 1–2 мм [14]. Внешняя секция представляет собой калориметр, состоящий из кристаллов CsI толщиной $8,1 X_0$. Между LXe и CsI секциями электромагнитного калориметра расположена времяпролётная система, которая помогает выделять события с большой степенью асимметрии, в частности, при рождении нейтрон-антинейтронных пар. Торцевой калориметр [15] состоит из двух одинаковых частей, состоящих из матриц плотно уложенных кристаллов на торцах, с обеих сторон от краёв ДК, каждая из которых содержит 340 кри-

сталлов ВГО толщиной $13,4 X_0$. Данные с дрейфовой камеры участвуют в выработке решений первичного заряженного триггера. Данные с электромагнитного калориметра участвуют в выработке решений нейтрального триггера. Снаружи железного ярма расположена мюонная система, которая играет основную роль в подавлении фона от космических частиц и используется в выделении событий с рождением мюонов. В 2012 г. была установлена и введена в эксплуатацию система измерения энергии пучка [16]. Система позволяет непрерывно контролировать энергию пучка с относительной точностью лучше, чем $\frac{\delta E}{E} = 10^{-4}$, за счёт использования комптоновского обратного рассеяния лазерных фотонов электронным пучком.

Пучки сталкиваются внутри объёма алюминиевой вакуумной трубы толщиной 500 мкм. За ней следует обечайка дрейфовой камеры, состоящая из углеродного волокна толщиной 350 мкм и плотностью $1,9 \text{ г/см}^3$. Дополнительное вещество перед чувствительным объёмом детектора может приводить к конверсии фотона в e^+e^- -пару. События радиационного распада $\omega \rightarrow \pi^0\gamma$ с конверсией моноэнергетичного гамма-кванта на e^+e^- пару являются фоновыми к изучаемым событиям. Подробно методика подавления этих событий описана в Главе 2.6.

Основная задача электромагнитного калориметра КМД-3 — регистрация фотонов с высоким разрешением в широком диапазоне энергии в телесном угле $0,96 \times 4\pi$. Трековая система способна измерять энергию, импульс и ионизационные потери dE/dx заряженных частиц в телесном угле $0,7 \times 4\pi$.

1.2.1. Дрейфовая камера

Дрейфовая камера (ДК) позволяет восстанавливать треки заряженных частиц. Дрейфовая проволочная камера КМД-3 [13] имеет гексагональную структуру ячеек и состоит из 1218 одинаковых ячеек со сторонами 9 мм и соотношением количества чувствительных и полевых проволочек 1:2, которые покрывают весь чувствительный объём ДК. Для измерения про-

дольной координаты в сигнальных проволочках используется метод деления заряда. Сигнальные проволочки имеют диаметр 15 мкм и изготовлены из позолоченного вольфрам-рениевого сплава с сопротивлением 1 кОм/м. Полевые проволочки имеют диаметр 100 мкм и изготовлены из позолоченного титана.

Торцевые пластины дрейфовой камеры представляют собой сферические сегменты толщиной 7 мм, изготовленные из углеродных волокон, с радиусом кривизны 1515 мм.

Используемая в ДК газовая смесь представляет собой $Ar : C_4H_{10}$ в соотношении 80:20. Максимальное время дрейфа в магнитном поле 1,3 Тл составляет около 600 нс [13]. Максимальная неоднородность магнитного поля в ДК была измерена вдоль оси пучков — Z. При этом, максимальное отклонение компоненты вектора магнитной индукции B_z не превышает 1 % по оси пучка.

После изохронной и электронной калибровок ДК достигается пространственное разрешение около 110 мкм в $R - \phi$ плоскости, и 3 мм вдоль оси Z. Разрешение ДК по dE/dx достигает 12%.

1.2.2. Электромагнитный калориметр

Электромагнитный калориметр является одной из важнейших систем детектора. Его основными задачами являются точные энергетические и координатные измерения фотонов высокой энергии, разделение электронов и адронов, а также формирование сигналов для нейтрального триггера. Калориметрия КМД-3 состоит из двух частей: цилиндрической, объединяющей внутренний калориметр на основе жидкого ксенона LXe (6) [14], внешний калориметр на основе кристаллов CsI (7) [14] и торцевой на основе кристаллов BGO [15]. Ось цилиндрического калориметра совпадает с осью электрон-позитронных пучков.

Калориметр LXe представляет собой набор из 14 ионизационных ка-

мер, образованных 7 цилиндрическими катодами и 8 анодами с зазором между ними в 10,2 мм. Каждый анод разделён на 264 прямоугольных пластин (8 вдоль оси Z и 33 в $R - \phi$ плоскости), образующих, так называемые, «башни», ориентированные на точку взаимодействия пучков. Пластины внутри одной башни соединены проводом. Сигнал от «башен» используется для измерения выделенной энергии. Катоды разделены на 2112 полос для обеспечения точного измерения координат вместе с измерением удельных потерь энергии. Сигналы с анода и катода считываются зарядочувствительными усилителями.

Калориметр CsI находится снаружи калориметра LXe. Он состоит из кристаллов CsI, легированных Na и Tl, собранных в 8 октантов. Каждый октант состоит из 9 рядов кристаллов (модулей). Каждый модуль собран из 16 счётчиков. Регистрация сцинтилляционного света осуществляется PIN-фотодиодами. Сигнал с фотодиода считывается зарядочувствительным предварительным усилителем. Общая толщина цилиндрического калориметра составляет $13,4X_0$. Количество пассивного материала перед калориметром – $0,35X_0$, между подсистемами – $0,25X_0$. Энергетическое разрешение цилиндрического калориметра для фотонов можно параметризовать как $\sigma_E/E = \frac{0,034}{\sqrt{E/\text{ГэВ}}}$.

Торцевой калориметр состоит из двух одинаковых торцевых секций и охватывает телесные углы от 17° до 50° и от 130° до 163° в сферической системе координат детектора. Полный телесный угол торцевого калориметра составляет $0,3 \cdot \pi$. Калориметр собран из кристаллов BGO ($Bi_4Ge_3O_{12}$) с размерами $25 \times 25 \times 150$ мм³. Для регистрации света были выбраны кремниевые фотодиоды с площадью чувствительности 1 см². Сигналы с фотодиодов считываются зарядочувствительными предусилителями. Толщина калориметра $13,4X_0$. Энергетическое разрешение для фотонов хорошо описывается как $\sigma_E/E = \frac{0,024}{\sqrt{E/\text{ГэВ}}}$.

Глава 2

Отбор сигнальных событий и обработка данных

2.1. Моделирование процессов

Важным методом для исследования сигнальных событий является моделирование Монте-Карло [17]. В моделировании процесса взаимодействия начального электрона и позитрона разыгрываются кинематические параметры конечных частиц изучаемого процесса в соответствии с известными кинематическими распределениями и законами сохранения. Такое моделирование также называют первичным. Во второй части моделирования необходимо корректное описание геометрии и состава вещества детектора. После чего разыгрываются процессы возможного взаимодействия частицы с веществом детектора на основе заложенного сечения всех физических процессов. В последней части моделирования описывается отклик чувствительных элементов детектора на событие, т.е. на взаимодействие конечных и производных от них частиц с веществом детектора.

Для изучения сигнальных событий $e^+e^- \rightarrow \omega \rightarrow \pi^0 e^+e^-$ был использован генератор $V \rightarrow Pl^+l^-$, где P - псевдоскалярный мезон, l^\pm - лептон. Матричный элемент распада $V \rightarrow Pl^+l^-$ [18] описывает переход векторного мезона V в псевдоскалярный мезон P :

$$M = (4\pi i\alpha) \cdot \underbrace{(f_{VP}(q^2)\epsilon^{\alpha\beta\gamma\delta}p_\alpha q_\beta e_\gamma)}_{\text{Переход } V \text{ в } P \text{ и фотон}} \cdot \underbrace{\frac{1}{q^2}}_{\text{Фотонный пропагатор}} \cdot \underbrace{(\bar{u}\gamma_\delta u)}_{\text{Лептонный ток}}, \quad (2.1)$$

где $\epsilon^{\alpha\beta\gamma\delta}$ — символ Леви-Чивита, p_α — 4-импульс псевдоскалярного мезона, q_β — 4-импульс виртуального фотона, e_γ — 4-вектор поляризации векторной частицы, $f_{VP}(q^2)$ — электромагнитный формфактор перехода $V \rightarrow P$.

Разыгрываются равномерным случайным образом события по фазовому объёму в пределах кинематически допустимой области распада. Далее вычисляется матричный элемент, наибольший матричный элемент из выборки берётся в качестве мажоранты. В дальнейшем мажоранта используется при генерации событий.

После первичной генерации кинематических параметров для событий $\omega \rightarrow \pi^0 e^+ e^-$, используется программа, основанная на библиотеке GEANT4 [19]. В данной программе содержится детальное описание систем детектора КМД-3. Используя моделированные кинематические распределения $\omega \rightarrow \pi^0 e^+ e^-$, генерируется отклик систем детектора на прохождение через них различных частиц. При этом учитывается информация об индивидуальных особенностях каждой энергетической точки — значения калибровок, местоположение пучка, температура датчиков и другая актуальная служебная информация с детектора и ускорителя. Алгоритм реконструкции событий с координатной системы описан в [13, 21], цилиндрического калориметра в [20], торцевого в [15].

2.2. Свойства распада ω -мезона в $\pi^0 e^+ e^-$

В данной работе процесс $e^+ e^- \rightarrow \omega \rightarrow \pi^0 e^+ e^-$ изучается в основном канале распада $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$. Таким образом, сигнальные события характеризуются двумя треками и двумя фотонами в конечном состоянии. Характерные свойства данного процесса включают в себя малый пространственный угол $\Delta\psi$ (см. Рис. 2.4), инвариантную массу двух фотонов, распределение которой имеет пик на массе π^0 и конечную ширину, связанную с разрешением калориметра.

Фоновые события делятся на два типа: резонансные и нерезонансные. Все существенные фоновые события обоих типов представлены в Таблице 2.1.

Таблица 2.1. Фоновые процессы

Резонансные (ρ, ω)	Нерезонансные
$\pi^0\pi^+\pi^-$	Космические частицы
$\pi^0\gamma$ (Далиц распад $\pi^0 \rightarrow \gamma e^+e^-$)	События КЭД
$\pi^0\gamma$ (Конверсия фотона на веществе)	Выбившие из пучка частицы

Из перечисленных в таблице фоновых событий, распад на $\pi^0\pi^+\pi^-$ имеет для омега мезона наибольшую относительную вероятность $Br_\omega = (89, 2 \pm 0, 7)\%$, относительная вероятность распада для фона $\pi^0\gamma$ составляет $Br_\omega = (8, 28 \pm 0, 28)\%$, при этом события $\pi^0\gamma$ могут являться фоновыми либо при Далиц распаде $\pi^0 \rightarrow e^+e^-\gamma$, либо при конверсии монохроматического фотона в e^+e^- на веществе перед чувствительным объёмом детектора. Последний тип событий обладает кинематическими распределениями треков и фотонов, которые, практически, неотличимы от сигнальных распределений.

2.3. Условия отбора сигнальных событий

Для выделения сигнальных событий отбираются те, в которых есть два неколлинеарных трека и два фотона. Прежде всего необходимо исключить некорректно восстановленные треки, внепучковые частицы и δ -электроны, возникающие при ионизации чувствительного объёма дрейфовой камеры. Оба трека должны иметь суммарный заряд равный нулю, а также удовлетворять следующим условиям:

- Присутствие на треке более чем 10 сработавших проволочек;
- Прицельный параметр $\rho < 1$ см — отбор выбившихся из пучка частиц (см. Рис. 2.1);

- Z координата вершины $|Z_{vert}| < 8$ см — отбор космических событий (см. Рис. 2.2);
- Расколлинеарность треков в $R - \phi$ проекции $|\pi - |\phi_1 - \phi_2|| > 0,15$;
- Поперечный импульс $P_{tr,1,2} > 40$ МэВ/с, чтобы отобрать частицы, которые совершают полный оборот в дрейфовой камере;
- Полярный угол каждого трека в пределах $0,9 < \theta_{1,2} < \pi - 0,9$. Малые полярные углы приводят либо к низкой эффективности реконструкции трека, либо к низкой точности реконструированных параметров.

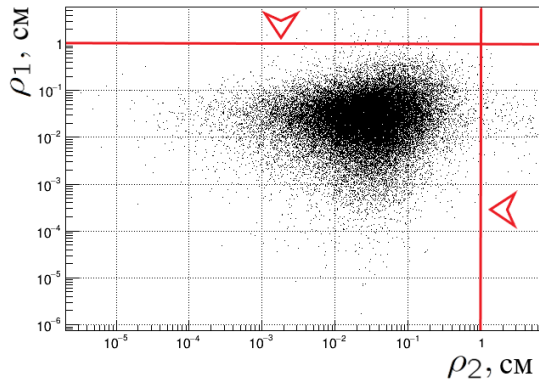


Рис. 2.1. Распределение минимального расстояния до пучка для обоих треков. Стрелками показаны отборы

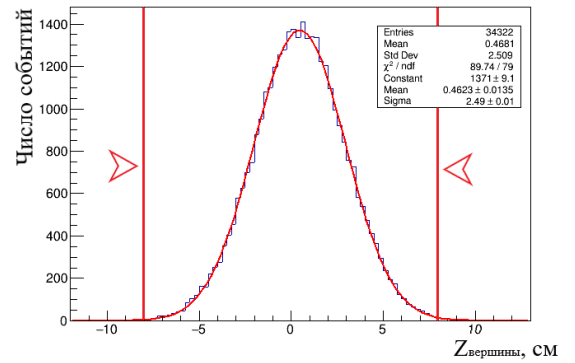


Рис. 2.2. Распределение Z -координаты вершины. Стрелками показаны отборы

Также необходимо исключить некорректно восстановленные фотоны, пучковый фон и фоновые фотоны, возникающие в калориметре. Кластер от адронного или электромагнитного ливня в калориметре может возникать на некотором расстоянии от точки вхождения частицы в калориметр. Данный кластер приводит к возникновению фонового фотона после процедуры реконструкции события в калориметре [20, 22]. В связи с этим фотоны, для которых угол между направлением их реконструированного импульса

и точкой входа частицы в калориметр менее 0,4 радиан, исключались из общего списка фотонов.

Другая возможность возникновения фоновых фотонов в калориметре — это расщепление кластеров. Для подавления такого рода событий использовалось вето фотона на фотон. Так, если между любой парой фотонов пространственный угол менее 0,4 радиан, то фотон с меньшей энергией в этой паре исключался из анализа. Кроме того, фотоны с энергией $E_\gamma < 40$ МэВ или с полярным углом $|\pi/2 - \theta_\gamma| > 0,5$ радиан также исключались из анализа, поскольку имели низкую эффективность восстановления и высокую заселённость фоном.

Фотоны были упорядочены по энергии так, что $E_{\gamma,1} > E_{\gamma,2} > \dots > E_{\gamma,n}$. Далее выбирались два фотона, инвариантная масса которых ближе к инвариантной массе π^0 . Распределение инвариантных масс фотонов $E_{\gamma,1}, E_{\gamma,2}$ и $E_{\gamma,1}, E_{\gamma,3}$ представлено на Рис. 2.3. Далее для подавления фоновых событий перечисленных в разделе 2.2, использовались следующие критерии:

- Подавление электродинамического фона — число фотонов $N \geq 2$ с энергией E_γ , которая меньше двух энергий пучка: $E_{\gamma_{1,2}} < 2 \cdot E_{beam}$;
- Подавление событий двухфотонной аннигиляции с конверсией в e^+e^- на веществе перед чувствительным объёмом детектора — инвариантная масса электрона, позитрона и фотона максимальной энергии в пределах $M_{inv}(e^+e^-\gamma_{max}) < 1,9 \cdot E_{beam}$;
- Подавление событий распада в $\pi^0\gamma$, где $\pi^0 \rightarrow e^+e^-\gamma$ — угол между фотонами менее 1,6 радиан;
- Подавление событий распада в $\pi^0\gamma$, где $\pi^0 \rightarrow e^+e^-\gamma$ и КЭД — пространственный угол между средним импульсом треков и каждым фотоном более 1,5 радиан;

- Подавление событий распада в $\pi^+\pi^-\pi^0$ и КЭД — ограничение на пространственный угол $\Delta\psi < 1$ (см. Рис. 2.4);
- Подавление событий распада в $\pi^0\gamma$, в которых монохроматический фотон конвертирует в e^+e^- -пару — глубокая нейронная сеть (см. Рис. 2.5);
- Подавление событий распада в $\pi^+\pi^-\pi^0$ — отбор по зависимости массы отдачи двух фотонов $M_{rec}^2 = (2E_0)^2 - 4E_0E_{\pi_0} + m_{\pi_0}^2$ от суммы импульсов треков (см. Рис. 2.6);
- Подавление событий КЭД и событий распада в $\pi^+\pi^-\pi^0$ и $\pi^0\gamma$, где $\pi^0 \rightarrow e^+e^-\gamma$ — отбор по зависимости полного импульса заряженных частиц от угла между средним импульсом треков и фотоном максимальной энергии (см. Рис. 2.7).

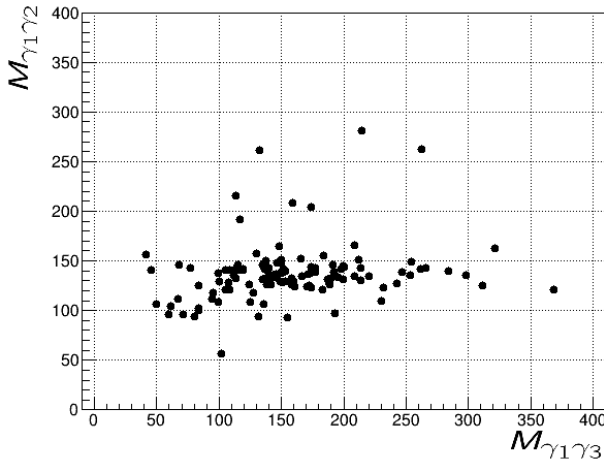


Рис. 2.3. Распределение инвариантной массы пары фотонов $M_{\gamma_1\gamma_2}$ от $M_{\gamma_1\gamma_3}$. При этом энергии фотонов удовлетворяют следующему неравенству — $E_{\gamma,1} > E_{\gamma,2} > E_{\gamma,3}$. Эксперимент $E_{beam} = 391,5$ МэВ

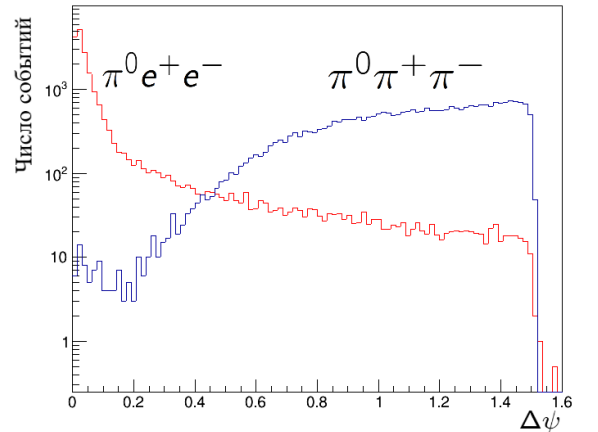


Рис. 2.4. Распределения пространственного угла для распадов в $\pi^0 e^+ e^-$ и $\pi^0 \pi^+ \pi^-$.
Моделирование

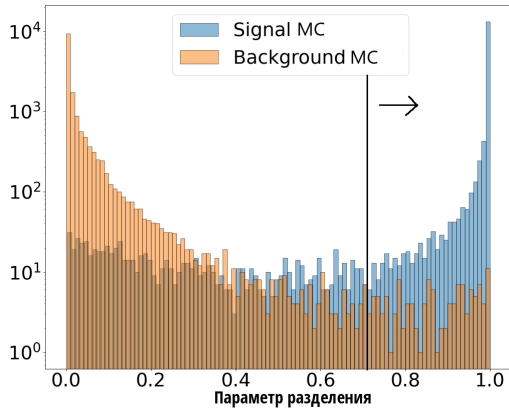


Рис. 2.5. Распределение параметра разделения ξ в событиях внутренней конверсии и конверсии на веществе детектора, полученное из нейронной сети (многослойный перцептрон)

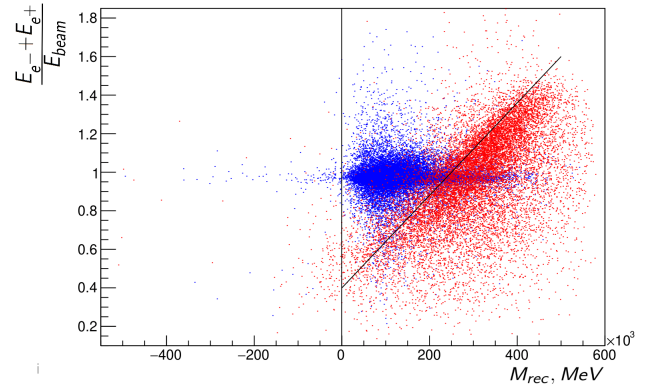


Рис. 2.6. Зависимость массы отдачи пары фотонов $M_{rec}^2 = (2E_0)^2 - 4E_0E_{\pi_0} + m_{\pi_0}^2$ от полного энергосодержания электрон-позитронной пары, нормированного на энергию пучка

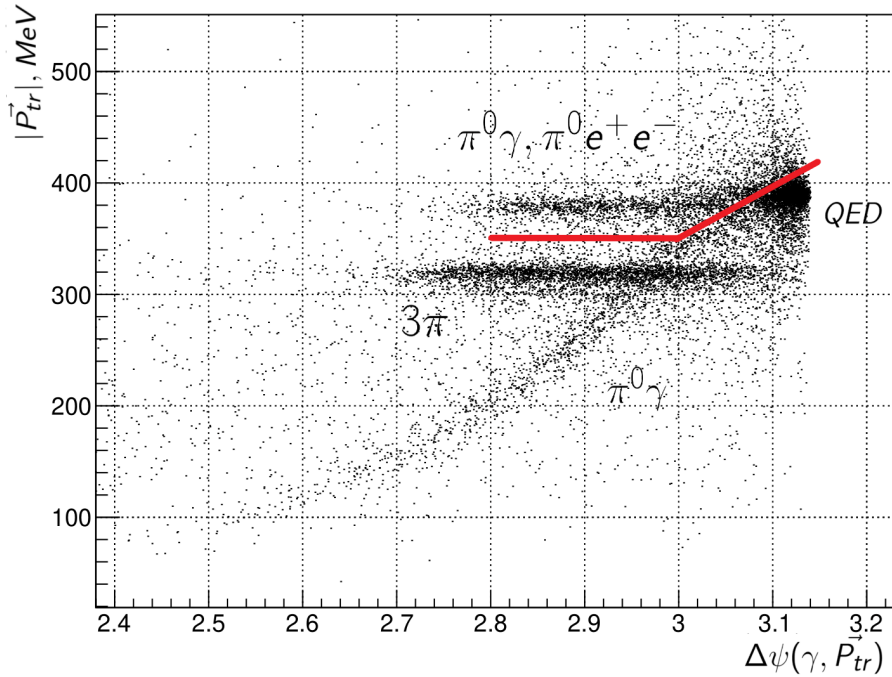


Рис. 2.7. Зависимость полного импульса заряженных частиц P_{tr} от угла между средним импульсом треков и фотоном максимальной энергии E_{γ_0}

После применения всех критериев отбора к доступным экспериментальным данным за 2013 год с общей светимостью около 10 пб^{-1} было отобрано 1193 событий. С помощью моделирования была получена вели-

чина эффективности детектирования ε_{det} , которая описывает вероятность регистрации событий детектором после прохождения всех отборов. Она составила около 21%.

2.4. Эффективность триггера

Оцифровать все события в детекторе невозможно, так как время оцифровки много больше времени между столкновениями. В связи с этим необходимой частью системы сбора данных являются первичные триггеры. Задача триггера — принять быстрое решение о наличии полезных событий в детекторе и начать оцифровку таких событий.

При наборе данных были использованы нейтральный и заряженный триггеры. Сигналом к началу работы заряженного триггера является срабатывание определённого набора проволочек в дрейфовой камере. Характерное время формирования положительного решения заряженного триггера составляет около 400 нс. Для принятия быстрого решения нейтральным триггером кристаллы цилиндрических и торцевого калориметров объединяются в группы. Если суммарный сигнал в группе превышает пороговое значение [23], тогда аргумент соответствующей группы считается сработавшим. По информации со всех групп формируется решение нейтрального триггера. Для записи события в систему сбора данных достаточно срабатывания либо нейтрального, либо заряженного триггера. Решения, принимаемые заряженным и нейтральным триггерами, можно считать независимыми. Однако, полностью независимыми триггеры не являются, так как для треков с полярными углами, соответствующими краю торцевого калориметра VGO, треки, как правило, восстанавливаются с меньшей точностью. Обратный эффект наблюдается для полярных углов треков частиц близких к $\pi/2$ — кластеры надёжней восстанавливаются в калориметре и треки лучше регистрируются в ДК.

В процессе работы триггер может отбрасывать сигнальные события, поэтому важно определить его эффективность ε_{trig} на основе эксперимента. В предположении абсолютной независимости триггеров определим величину ε_{trig} комбинаторным методом, который заключается в анализе прошедших отборы событий. По всему набору экспериментальной статистики было рассчитано количество событий в трёх случаях, в зависимости от типа сработавшего триггера: (1) положительное решение сформировано обоими триггерами N_{NT+CH} , (2) только заряженным триггером N_{CH} , (3) только нейтральным триггером N_{NT} . Далее были рассчитаны эффективности для обоих триггеров:

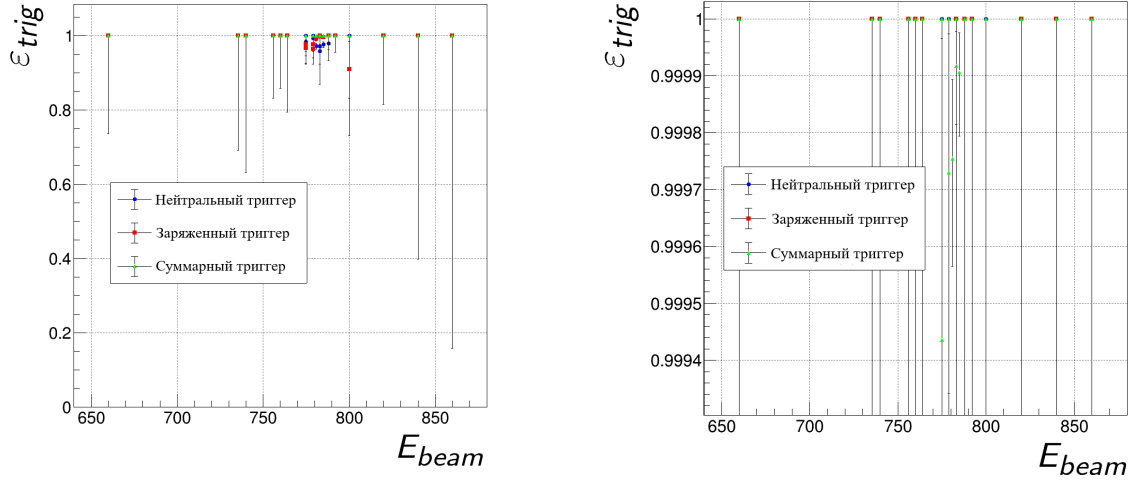
$$\varepsilon_{NT} = 1 - \frac{N_{CH}}{N_{CH+NT} + N_{NT} + N_{CH}} \quad (2.2)$$

$$\varepsilon_{CH} = 1 - \frac{N_{NT}}{N_{CH+NT} + N_{NT} + N_{CH}} \quad (2.3)$$

Общую эффективность триггера можно получить, используя логику срабатывания триггеров в процессе набора данных, а также используя предположение об их независимости по следующей формуле:

$$\varepsilon_{trig} = 1 - (1 - N_{NT}) \cdot (1 - N_{CH}) \quad (2.4)$$

Для всех изучаемых точек по энергии найденные эффективности нейтральных, заряженных триггеров и их комбинации приведены на Рис. 2.8.



(а) Масштаб эффективности триггера от 0 до 1 (б) Масштаб эффективности триггера от 0,9993 до 1

Рис. 2.8. Эффективность нейтрального, заряженного триггеров и их комбинации в зависимости от энергии

2.5. Эффективность восстановления близких треков

Исследуемые события $\omega \rightarrow \pi^0 e^+ e^-$ характеризуются малым пространственным углом. В связи с этим в большинстве случаев треки будут проходить через одну ячейку ДК. Так как при реконструкции трека используется время дрейфа и сигнал с анодных проволочек в ячейке, точность определения параметров трека для таких событий оказывается невысокой. Алгоритм реконструкции устроен таким образом, что отдельно взятые сработавшие ячейки объединяются в треки. При этом, моделирование не всегда точно описывает эксперимент. Например, в экспериментальных событиях может быть больше фоновых срабатываний проволочек по сравнению с событиями моделирования, из-за этого треки с большей вероятностью могут быть потеряны и, таким образом, сигнальное событие будет отброшено критериями отбора. В связи с этим, необходимо ввести поправку на эффективность восстановления близких треков $\epsilon_{\Delta\psi}$, которая бы описывала возможное различие в вероятности потерять трек в моделировании и в эксперименте для изучаемого процесса конверсионного распада омега ме-

зона. В предположении, что вероятность потери трека зависит, в первую очередь, от его поперечного импульса, поправочный коэффициент может быть найден следующим образом:

$$\varepsilon_{\Delta\psi} = \int \frac{\varepsilon_{\Delta\psi,exp}^-(P_{\perp}^-) \varepsilon_{\Delta\psi,exp}^+(P_{\perp}^+)}{\varepsilon_{\Delta\psi,sim}^-(P_{\perp}^-) \varepsilon_{\Delta\psi,sim}^+(P_{\perp}^+)} f(P_{\perp}^-) f(P_{\perp}^+) dP_{\perp}^- dP_{\perp}^+, \quad (2.5)$$

где $\varepsilon_{\Delta\psi,exp/mc}^{\pm}$ — эффективности восстановления позитрона и электрона, вычисленные для экспериментальных событий и событий моделирования в зависимости от P_{\perp}^{\pm} . В формуле 2.5 $f(P_{\perp}^{\pm})$ — функция распределения лептонов по поперечному импульсу. Для определения эффективности $\varepsilon_{\Delta\psi,exp/mc}^{\pm}$ были использованы события распада $\omega \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0$ с Далиц распадом $\pi^0 \rightarrow e^+ e^- \gamma$. Их использование обусловлено тем, что относительная вероятность данного распада значительно больше относительной вероятности изучаемого процесса $\omega \rightarrow \pi^0 e^- e^+$, что позволяет определить поправку $\varepsilon_{\Delta\psi,exp/mc}^{\pm}$ с малой статистической ошибкой. Чтобы выделить тестовые события $\pi^0 \pi^+ \pi^-$ с возможной потерей одного лептонного трека были использованы следующие критерии отбора:

- Три или четыре лептонных трека, суммарный заряд 1,-1 или 0;
- Один и больше фотонов;
- Прицельный параметр треков $\rho < 1$ см;
- Z координата вершины $|Z_{vert}| < 8$;
- Импульс треков $P_{tr} < E_{beam}$;
- Полярный угол трека $0,9 < \theta_{1,2} < \pi - 0,9$;
- $|M_{miss} - m_{\pi^0}| < 20$ МэВ/ c^2 , где M_{miss} - недостающая масса, определённая из выражения (2.6);

- После процедуры кинематической реконструкции в моделировании $\chi^2 < 100$, в событиях со всеми восстановленным треками — $\chi^2 < 40$, с тремя треками — $\chi^2 < 70$.

Данные отборы прошло около 10000 событий на экспериментальной статистике около 10 пб^{-1} . Пара треков считалась происходящей от пионов, если их недостающая масса была близка к массе π^0 , при этом перебирались пары треков, суммарный заряд которых равен нулю. Недостающая масса определялась следующим образом:

$$M_{mis}^2 = (\mathcal{P} - \mathcal{P}_{\pi^+} - \mathcal{P}_{\pi^-})^2, \quad (2.6)$$

где \mathcal{P} — суммарный четырёх-импульс электрона и позитрона в пучке, \mathcal{P}_{π^\pm} — четырёх-импульс, соответствующий i -му треку пиона. Для анализа процессов с потерянным треком необходимо было восстановить кинематические параметры потерянного трека. Для этого использовалась процедура кинематической реконструкции. Идея метода состоит в использовании законов сохранения энергии и импульса для восстановления параметров потерянных частиц или для уточнения параметров зарегистрированных частиц. Параметрами реконструкции являлись углы, импульсы и энергии двух пионов, электрона, позитрона и фотона. Все измеренные в событии параметры зарегистрированных частиц передавались на вход процедуры кинематической реконструкции в качестве начальных.

Качество кинематической реконструкции определялась параметром $\chi^2 = \sum_{k=1}^n \frac{(p_k - \tilde{p}_k)^2}{\sigma_{p_k}^2}$ — суммой квадратичных отклонений реконструированных параметров от начальных, отнесённых к квадрату точности измерения каждого параметра. При этом, так как мы допускаем потерю одного из лептонных треков, в сумме квадратичных отклонений импульсы лептонных треков не участвуют. Для потерянного трека задаются нулевые начальные параметры. Кроме того, допускалось изменение направления реконструиро-

ванного лептонного трека в пределах $\sigma_{\Delta\psi} = 0,1$ радиан. Так как в событии отбирается один или больше фотонов, все они поочерёдно использовались в процедуре кинематической реконструкции. Фотон, для которого реконструкция давала минимальное значение параметра χ^2 , считался сигнальным. Кроме того, χ^2 был использован во время отбора событий. Данный отбор отличался в моделировании от эксперимента, так как в моделировании учтены не все экспериментальные процессы. Кроме того, моделирование не всегда точно воспроизводит фоновые срабатывания в калориметре и ДК. Для того чтобы найти коэффициент соответствия шкал моделирования и эксперимента была проведена процедура совместной аппроксимации распределений χ^2 . Моделирование аппроксимировалось функцией вида:

$$\frac{dN}{d\chi^2} = \exp(P_1 + P_2 \cdot \chi^2) + \exp(P_3 + P_4 \cdot \chi^2). \quad (2.7)$$

Для описания экспериментального распределения χ^2 к функции 2.7 добавлялось два свободных параметра аппроксимации — R_{free} и R_{scale} :

$$\frac{dN}{d\chi^2} = \exp(P_1 \cdot R_{free} + P_2 \cdot R_{scale} \cdot \chi^2) + \exp(P_3 \cdot R_{free} + P_4 \cdot R_{scale} \cdot \chi^2) \quad (2.8)$$

Результат аппроксимации распределений приведён на Рис. 2.9.

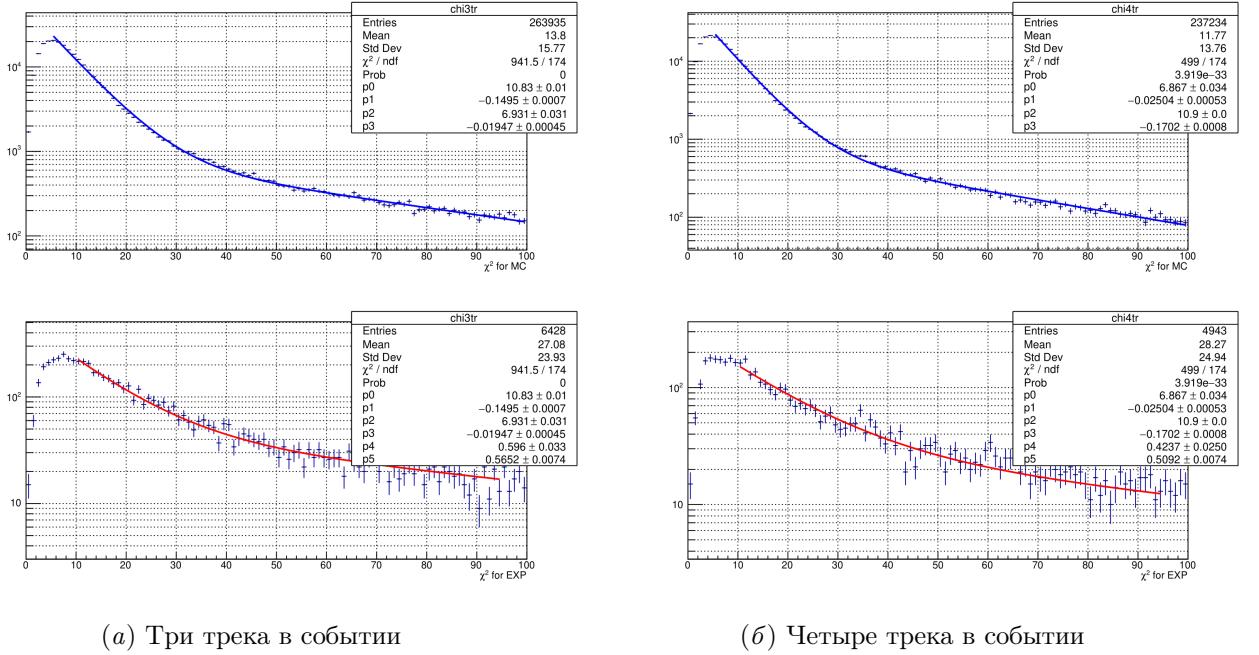


Рис. 2.9. Распределения реконструированных событий по χ^2 . Сверху — моделирование, снизу — эксперимент

Из результатов аппроксимации был получены коэффициенты пересчёта между шкалами для событий с тремя треками R_{scale}^{3tr} и событий с четырьмя треками R_{scale}^{4tr} :

$$R_{scale}^{3tr} = \frac{P2_{exp}}{P2_{sim}} = \frac{P4_{exp}}{P4_{sim}} = 0,7 \quad (2.9)$$

$$R_{scale}^{4tr} = \frac{P2_{exp}}{P2_{sim}} = \frac{P4_{exp}}{P4_{sim}} = 0,4 \quad (2.10)$$

Этот коэффициент был учтён в отборе событий по параметру χ^2 .

Для определения итогового поправочного коэффициента на эффективность восстановления близких треков использовался интеграл (2.5). Зависимость эффективности восстановления треков электрона и позитрона от поперечного импульса рассчитывалась с помощью следующей процедуры:

1. Независимо от того был ли потерян или восстановлен трек заряженной частицы, для вычисления поперечного импульса использовались реконструированный импульс и полярный угол: $P_{e^-/e^+} \cdot \sin\theta_{e^-/e^+}$.

2. Определялось число событий фона с помощью модификации критерия отбора на недостающую массу: $110 \text{ МэВ}/c^2 > |M_{miss} - m_{\pi^0}| > 40 \text{ МэВ}/c^2$.
3. Производилось вычитание событий фона из количества отобранных событий пионного пика с весом, найденным из аппроксимации фона функцией Гаусса.
4. Диапазон поперечного импульса треков был разбит на интервалы по $10 \text{ МэВ}/c$. В каждом интервале рассчитывалось отношение числа отобранных событий с одним потерянным треком к полному числу отобранных событий. Таким образом была получена искомая зависимость эффективности восстановления близких треков $\varepsilon_{\Delta\psi,exp/mc}^{\pm}$.
5. Эта зависимость аппроксимировалась функцией вида:

$$\varepsilon_{\Delta\psi,exp/mc}^{\pm}(P_{\perp}, A, B, \alpha) = \frac{A}{1 + (B/P_{\perp})^{\alpha}} \quad (2.11)$$

Итоговая зависимость $\varepsilon_{\Delta\psi,exp/mc}^{\pm}(P_{\perp}, A, B, \alpha)$ для событий с 3 и 4 треками для электронов и позитронов приведена на Рис. 2.10.

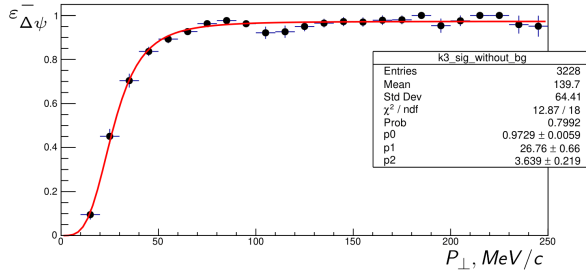
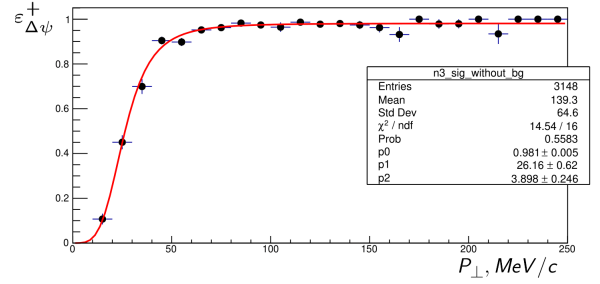
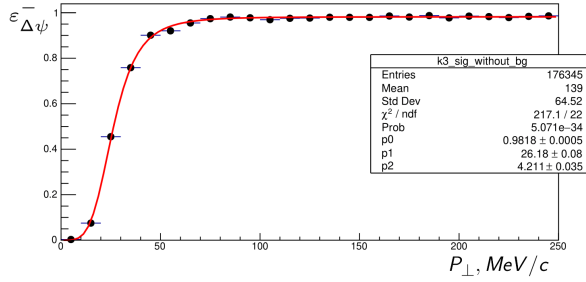
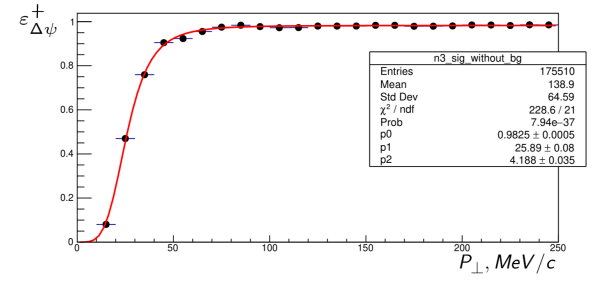
(a) Потерян e^+ . Эксперимент(б) Потерян e^- . Эксперимент(e) Потерян e^+ . Моделирование(e) Потерян e^- . Моделирование

Рис. 2.10. Зависимость эффективности восстановления треков электрона и позитрона от его поперечного импульса

Пользуясь найденными зависимостями эффективности от поперечного импульса, было определено значение интеграла $\varepsilon_{\Delta\psi}$ (2.5) методом Монте-Карло. Было разыграно 10^6 событий моделирования изучаемого процесса $e^+e^- \rightarrow \omega \rightarrow \pi^0 e^+e^-$. Полученное таким образом усреднённое по поперечному импульсу выражение поправки на эффективность восстановления близких треков:

$$\varepsilon_{\Delta\psi} = 0,986 \pm 0,010(\text{стат.}) \pm 0,006(\text{сист.}) \quad (2.12)$$

Статистическая ошибка определяется точностью нахождения параметров A , B , α (2.12). Систематическая ошибка происходит от неточного знания формы аппроксимации зависимости эффективности восстановления треков (2.12).

2.6. Конверсия фотона в e^+e^- на веществе

Одним из основных источников фона к изучаемому процессу являются события распада $\omega \rightarrow \pi^0\gamma$, где монохроматический фотон конвертирует в электрон-позитронную пару на веществе перед чувствительным объёмом детектора. В данном фоновом распаде кинематические распределения e^+e^- незначительно отличаются от соответствующих распределений изучаемого процесса. В качестве примеров соответствия кинематических распределений, на Рис. 2.11 представлены распределения по пространственному углу, на Рис. 2.12 — распределения по расстоянию от оси пучков до вершины, на Рис. 2.13 представлен отклик детектора на событие КЭД $e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma$ с конверсией фотона и событие $e^+e^- \rightarrow e^+e^-\gamma$.

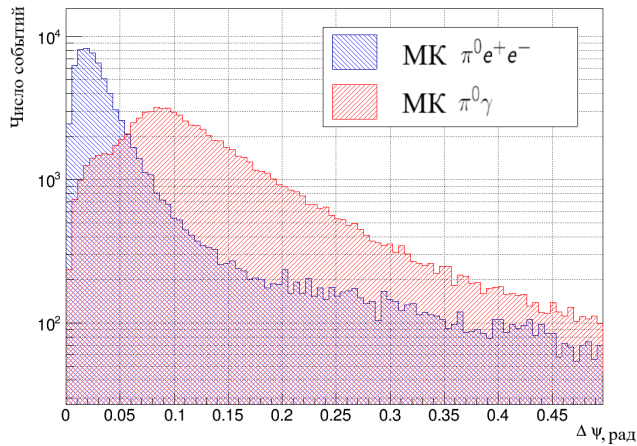


Рис. 2.11. Распределение пространственного угла между e^+e^- для распадов в $\pi^0e^+e^-$ и $\pi^0\gamma$ с конверсией

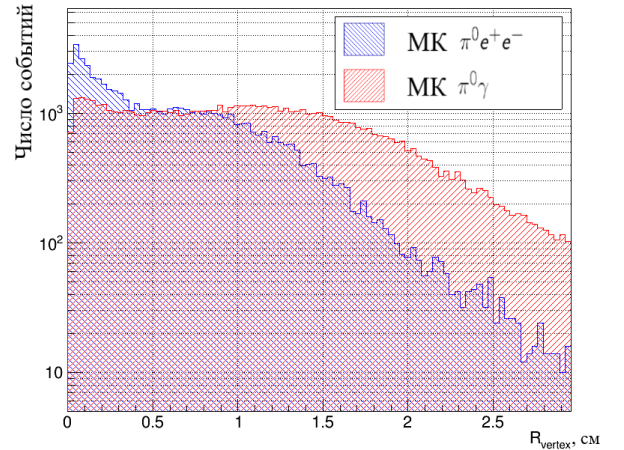


Рис. 2.12. Распределение расстояния от пучка до восстановленной вершины для распадов в $\pi^0e^+e^-$ и $\pi^0\gamma$ с конверсией

Несмотря на то, что количество вещества на пути фотона перед ДК сравнительно невелико ($10^{-2} X_0$), из-за относительно малой вероятности распада изучаемого процесса в сравнении с распадом $\omega \rightarrow \pi^0\gamma$ данный фон играет существенную роль. Основное вещество, находящиеся на пути фотонов перед ДК содержится в вакуумной трубе из алюминия, а также во внутренней трубке дрейфовой камеры из лавсана. Большая часть событий

конверсии происходит на вакуумной трубе ускорителя, на расстоянии 1,75 см от центра пучка. Как видно из распределения восстановленной вершины на Рис. 2.12, одного кинематического параметра недостаточно для того чтобы определить событие конверсии с высокой точностью.

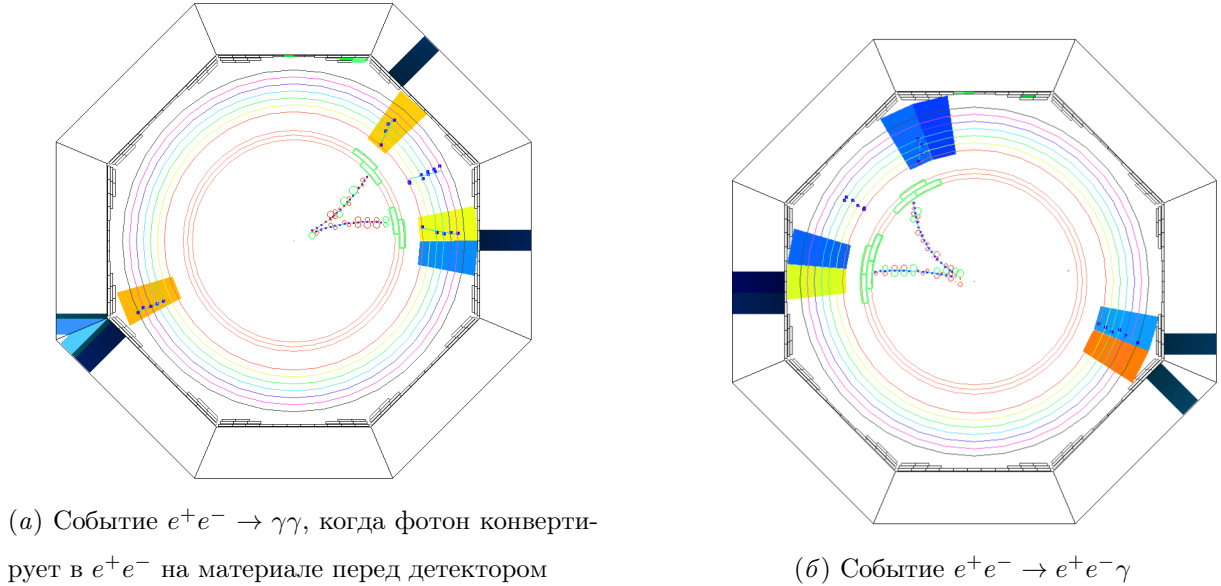


Рис. 2.13. Примеры отклика детектора КМД-3 на фоновые и сигнальные события

Критерий отбора, основанный только на местоположении вершины, будет приводить к низкой эффективности разделения и большой статистической ошибке. Теоретическая оценка количества событий $\pi^0\gamma$ с конверсией по отношению к сигнальным событиям $\pi^0e^+e^-$ на энергии $\sqrt{s} = 783$ МэВ составляет примерно $2/3$. Точное вычисление вероятности конверсии фотона на веществе, усреднённой по углу, и её ошибки может быть использовано для определения количества событий фона. Данная методика статистического вычитания была использована при анализе распада $\omega \rightarrow \pi^0e^+e^-$ на КМД-2 [22]. Однако, она не подходит для подавления фона с конверсией фотона на веществе при анализе на КМД-3 в связи с существенным увеличением количества вещества вакуумной трубы [8]. Тем не менее, данный фоновый процесс можно эффективно подавить, если использовать для разделения существенно большее число кинематических параметров треков. Однако, в таком случае возникает задача поиска такой поверхности в много-

мерном пространстве кинематических параметров процесса, которая позволит обеспечить разделение сигнала и фона с наибольшей эффективностью. Данная задача была решена методами машинного обучения [24, 25, 26].

Было обучено три модели машинного обучения, первая представляет собой нейронную сеть с прямой связью [26], обученную методом обратного распространения ошибок [27] — многослойный перцептрон (МР) на основе пакета Pytorch [32], вторая основана на деревьях принятия решений с градиентным усилением (BDT) [28] на основе пакета XGBoost [33], а третья представляет из себя “ансамбль” [30] предыдущих двух. Более подробная информация о глубоких нейронных сетях, градиентных деревьях решений и детальное описание используемых моделей представлено в Приложении А.

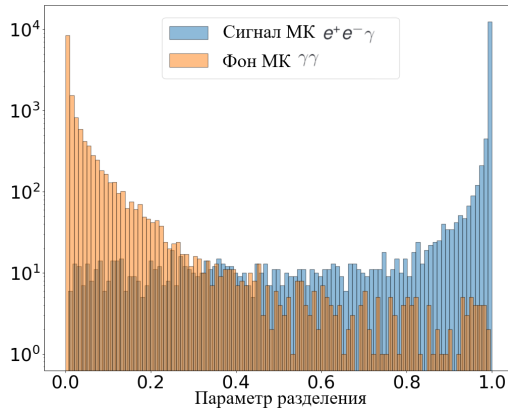
2.6.1. Входные параметры моделей

Одним из основных свойств исследуемого процесса является малый пространственный угол треков e^+e^- , поэтому треки с большей вероятностью проходят через одну и ту же ячейку в ДК. С учётом этого, обычная процедура восстановления вершин не является оптимальной для событий $\omega \rightarrow \pi^0 e^+ e^-$. В модифицированной процедуре обработки вершин (МПОВ) вершина первой итерации двух заряженных треков помещалась посередине между пучком и вакуумной трубой, и точность определения вершины задавалась таким образом, чтобы оставалась возможность вершине сместиться к вакуумной трубе или к пучку. Для входных данных модели машинного обучения мы использовали параметр χ^2 из МПОВ, а также пространственный угол между e^+e^- до и после МПОВ. Кроме того, поскольку в проекции R - ϕ лептонные треки представляют собой окружности, они имеют две общие точки. Первая представляет собой реконструированную вершину, а вторая рассчитывается геометрически, зная магнитное поле в КМД-3 и импульс треков. Для найденных значений расстояния от вершин до центра пучка вводился следующий знак: “плюс”, если угол между расстоянием вер-

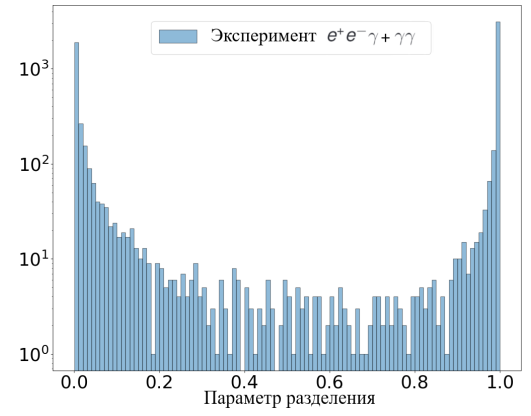
шины до точки конверсии и импульсом пары треков острый, и “минус”, если угол тупой. Эти расстояния с учётом знака также принимались в качестве входных параметров модели. Наконец, к входным параметрам были добавлены следующие трековые данные — инвариантная масса e^+e^- , полярный и азимутальный углы полного импульса e^+e^- , полный импульс e^+e^- , нормированный на энергию пучка (E_{beam}), поперечный импульс электрона и позитрона, нормированный на E_{beam} . Входной вектор данных содержит 11 параметров. События моделирования сигнала и фона для каждой энергетической точки, были разделены на обучающую, проверочную и тестовую выборки как 70%/15%/15%. Обучающая выборка используется для обучения модели, данные проверочной выборки — для выбора фиксированных внешних параметров модели, таких как — число скрытых слоёв, число эпох, глубина деревьев решений и т.д. (см. Приложение А). Тестовая выборка используется для определения эффективности полученной модели.

2.6.2. Результат и расчёт систематической ошибки

Все модели были обучены на событиях моделирования процессов КЭД $e^+e^- \rightarrow e^+e^-\gamma$ в качестве сигнала и $e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma$ в качестве фона, так как эти процессы хорошо рассчитываются в КЭД. Поскольку модели обучаются на событиях Монте-Карло моделирования, важной задачей является определение разницы между эффективностями модели в моделировании и эксперименте, что приводит к систематической неопределённости. Отличие теоретически предсказанных значений для числа событий КЭД от предсказаний моделей машинного обучения на основе экспериментальных данных было использовано для оценки систематической ошибки. Пример распределения параметра разделения для моделирования и эксперимента представлен на Рис. 2.14.



(a) Моделирование



(б) Эксперимент

Рис. 2.14. Распределение параметра разделения ξ “ансамбля” МР и BDT моделей, $\sqrt{s} = 680$ МэВ

Для отбора событий процессов КЭД $e^+e^- \rightarrow e^+e^-\gamma$ и $e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma$ применялись следующие критерии:

- $N_\gamma \geq 1$ с энергией $0,5 \cdot E_{beam} < E_{\gamma_{Emax}} < 1,5 \cdot E_{beam}$, для остальных фотонов $E_\gamma < 40$;
- Прицельный параметр треков $\rho < 1$ см;
- Z координата вершины $|Z_{vert}| < 8$;
- Два “хороших” трека (более 10 сработавших проволочек, $P_{tr_{1,2}} > 40$ МэВ/с, $0,9 < \theta_{1,2} < \pi - 0,9$, $Q_{tot} = 0$);
- Суммарный заряд 0;
- Угол между треками $\Delta\psi < 1$ радиан;
- $0,5 < \theta_{Emax} < \pi - 0,5$;
- χ^2 восстановленной вершины треков < 9 ;
- Расколлинеарность треков в $R - \phi$ проекции $|\pi - |\phi_1 - \phi_2|| > 0.15$;
- Пространственный угол между средним импульсом треков и фотоном более 2 радиан;

- Суммарный импульс $E_{beam} - 20 \text{ МэВ/с} < P_{tot}c < E_{beam} + 25 \text{ МэВ/с}$.

Экспериментальные данные для систематической оценки были взяты при $\sqrt{s} = 680 \text{ МэВ}$ и $\sqrt{s} = 750 \text{ МэВ}$. Помимо того, что отбор событий КЭД на этих энергиях, практически, не имеет фона, в этих энергетических точках набрана высокая интегральная светимость в эксперименте КМД-3. Разница между рассчитанным и измеренным числом событий $R_k = \frac{[N_{ee\gamma}/N_{\gamma\gamma}]_{mc,k}}{[N_{ee\gamma}/N_{\gamma\gamma}]_{exp,k}}$ усреднялась по двум энергетическим точкам с статистическими погрешностями в качестве весов $\bar{R} = \frac{R_1 \cdot 1/\sigma_{R_1}^2 + R_2 \cdot 1/\sigma_{R_2}^2}{1/\sigma_{R_1}^2 + 1/\sigma_{R_2}^2}$. Значение \bar{R} можно использовать для поправки вероятности конверсии фотонов в e^+e^- на материале перед детектором в моделировании. Неопределённость \bar{R} корректировалась масштабным коэффициентом $S_R^2 = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^2 \frac{(R_k - \bar{R})^2}{\sigma_{R_k}^2 - \sigma_{\bar{R}}^2}$. Скорректированное значение \bar{R} используется как систематическая ошибка применения модели машинного обучения к отбору событий. Для расчёта отношения сигнальных событий к фоновым событиям использовались два подхода. Полученные \bar{R} и систематическая неопределённость для каждой модели показаны в Таблице 2.2.

1. В первом подходе распределение параметра разделения ξ для сигнала и фона было найдено из моделирования. Затем, экспериментальное распределение критерия разделения было аппроксимировано найденными из моделирования формой фона и сигнала, взятыми с весами, которые являлись параметрами аппроксимации. Из найденных весов было получено число событий сигнала N_{sig} и фона N_{bcg} . Экспериментальное распределение ξ , аппроксимированное формой фона и сигнала из моделирования, показано на Рис. 2.15. На Рис. 2.16 представлена разница в количестве событий эксперимента от моделирования для каждого бина из гистограммы на Рис. 2.15.
2. Во втором подходе из моделирования были рассчитаны эффективности $\mathcal{E}_{sg/bg}(\xi_{thr})$ как для сигнальных, так и для фоновых событий. Эф-

Эффективность определения сигнальных событий рассчитывалась как количество правильных предсказаний модели для сигнала, делённое на общее количество событий сигнала. Эффективность определения фоновых событий рассчитывалась как количество правильных предсказаний модели для фона, делённое на общее количество событий фона. Эффективности зависят от порогового значения параметра разделения (ξ_{thr}), который был найден исходя из минимума статистической ошибки. Для всех рассматриваемых моделей $\xi_{thr} = 0,7$. Применяя критерий отбора $\xi > \xi_{thr}$ к экспериментальным данным и используя эффективности, определяется общее количество событий сигнала и фона.

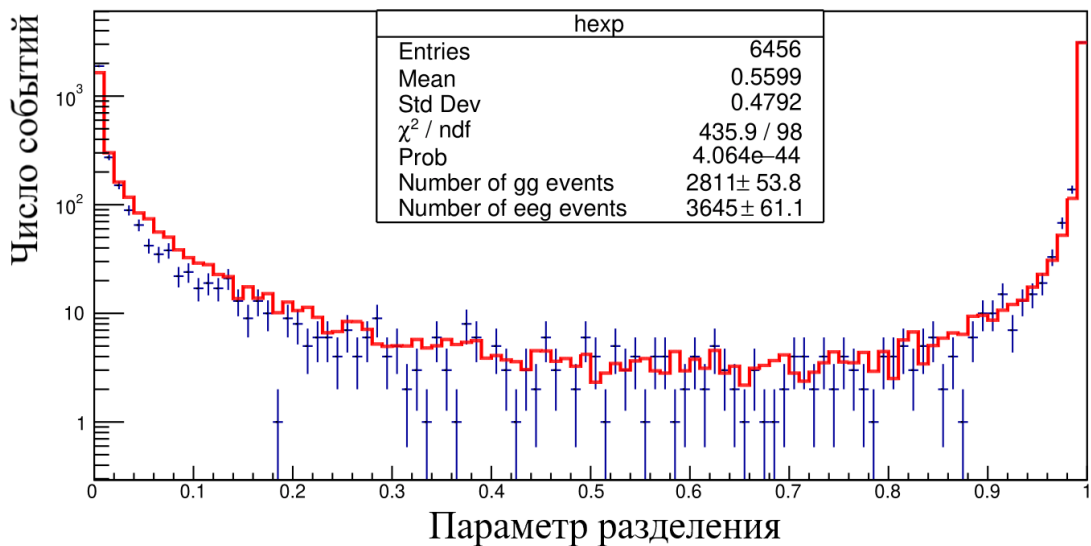


Рис. 2.15. Аппроксимация экспериментального распределения параметра разделения ξ . Ансамбль моделей, $\sqrt{s} = 680$ МэВ

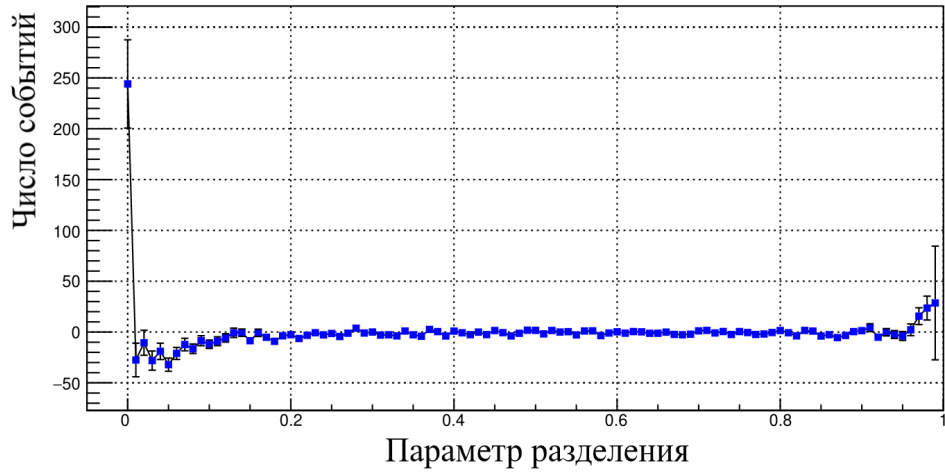


Рис. 2.16. Отклонение экспериментального распределения от моделирования. Ансамбль моделей, $\sqrt{s} = 680$ МэВ

Таблица 2.2. Результат расчёта отношения событий R_k и систематической неопределенности для всех проанализированных моделей, подходов и энергетических точек представлен в таблице

	Аппроксимация		Расчёт эффективности		Систематическая ошибка
	680 МэВ	750 МэВ	680 МэВ	750 МэВ	
MP	$0,979 \pm 0,024$	$1,025 \pm 0,017$	$0,966 \pm 0,025$	$1,020 \pm 0,017$	2,5 %
BDT	$0,994 \pm 0,024$	$1,031 \pm 0,018$	$0,973 \pm 0,025$	$1,031 \pm 0,016$	2,6 %
Ансамбль	$0,990 \pm 0,024$	$1,035 \pm 0,018$	$0,968 \pm 0,025$	$1,035 \pm 0,016$	2,7 %

Таким образом, была выбрана модель MP, так как она приводит к наименьшей систематической ошибке, при этом, обладая близкой к другим моделям точностью. Использование параметра разделения от нейронной сети позволило подавить события фонового распада $\omega \rightarrow \pi^0\gamma$ с конверсией монохроматического фотона на веществе детектора с приемлемой систематической неопределенностью, которая оказалась равной 2,5%. Для применения данной методики к событиям изучаемого процесса $e^+e^- \rightarrow (\omega, \rho) \rightarrow \pi^0 e^+e^-$, была использована MP модель, переобученная на данных моделирования распада на $\pi^0 e^+e^-$ в качестве сигнала и $\pi^0\gamma$ в качестве фона.

Глава 3

Анализ отобранных событий $(\rho, \omega) \rightarrow \pi^0 e^+ e^-$ 3.1. Учёт вклада событий распада $\omega \rightarrow \pi^0 \pi^+ \pi^-$

Использование таких критериев отбора как пространственный угол между треками и отбор на массу отдачи двух фотонов приводит к значительному подавлению событий распада ω в канале $\pi^0 \pi^+ \pi^-$, однако не исключает их полностью. При этом, относительная вероятность распада $\omega \rightarrow \pi^0 \pi^+ \pi^-$ на три порядка больше относительной вероятности распада $\omega \rightarrow \pi^0 e^+ e^-$, что указывает на значимость этих фоновых событий. Для оценки числа этих фоновых событий, прошедших критерии отбора, использовалась зависимость пространственного угла между треками в событии.

Угловая зависимость для событий распада на 3π была найдена из моделирования. При этом, для того чтобы увеличить число событий для аппроксимации, были модифицированы некоторые критерии отбора. А именно, убран отбор, представленный на Рис. 2.6, и смещена нижняя граница отбора, представленного на Рис. 2.7 таким образом, чтобы не было подавления событий распада в канале 3π . Кроме того, был добавлен отбор по зависимости энергии кластера, ассоциированной с треком, делённой на импульс частицы E/p для обоих треков, что позволило выделить еще больше событий 3π . Стоит отметить, что данные модификации использовались только для поиска зависимости распределения пространственного угла распада в 3π . Для поиска количества событий фона 3π , эти отборы были использованы в немодифицированном виде, как и описано в главе 2.3.

Функция аппроксимации угловой зависимости варьировалась, и, при этом, изменение количества событий в аппроксимируемой области не превышало 0,9%, что является систематической ошибкой определения количе-

ства событий. В дальнейшем для аппроксимации спектра пространственного угла $\Delta\psi$ использовалась зависимость вида:

$$\begin{aligned}
 F(x) = & p_0 \cdot \exp(p_1 \cdot x - 1) \Theta(p_3 - x) + \\
 & + (p_0 \cdot (\exp(p_1 \cdot p_3) - 1) + p_2 \cdot (x - p_3)) \Theta(x - p_3) \Theta(p_5 - x) \\
 & + (p_0 \cdot (\exp(p_1 \cdot p_3) - 1) + p_2 \cdot (p_5 - p_3) - p_4 \cdot p_5 + p_4 \cdot x) \Theta(x - p_5),
 \end{aligned} \tag{3.1}$$

Где p_i — параметры аппроксимации, а $\Theta(x)$ — функция Хевисайда.

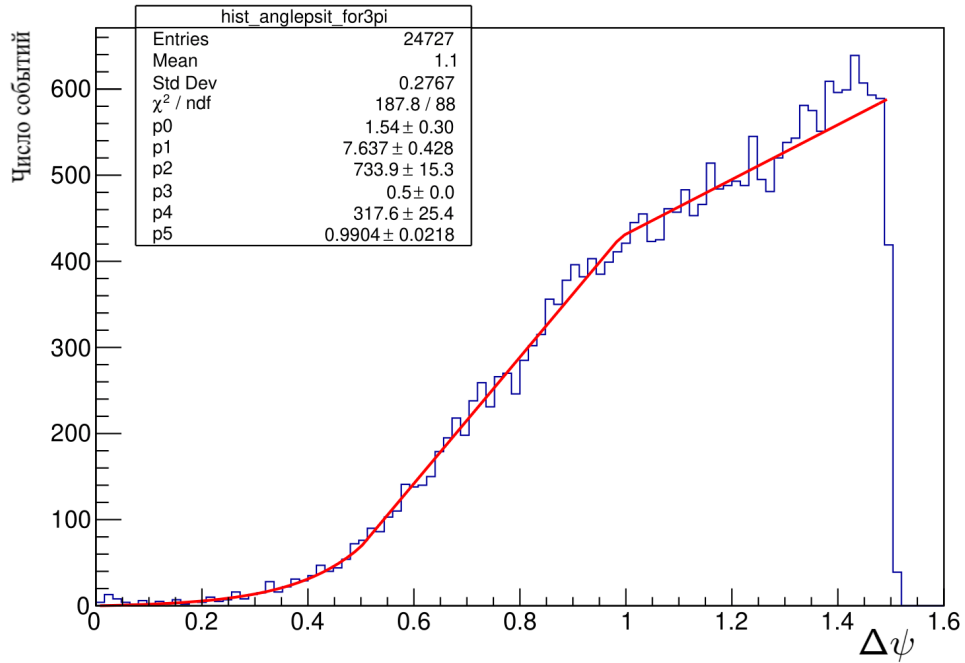


Рис. 3.1. Спектр пространственного угла $\Delta\psi$ для событий 3π аппроксимирован функцией $F(x)$ (3.1)

Найденная зависимость распределения пространственного угла между треками использовалась для определения количества событий распада в 3π , прошедшие критерии отбора сигнальных событий, описанные в Главе 2.3. Соответствующая процедура заключалась в следующем:

- Определяется количество событий с изменённым критерием отбора пространственного угла: $0,4 < \Delta\psi < 1,2$;

- Исследуется зависимость числа отобранных событий от энергии. В каждой энергетической точке вычисляется величина видимого сечения:

$$\sigma_{3\pi} = \frac{N_i^{bg}}{L_i \cdot (1 + \varepsilon_{det,i})}, \quad (3.2)$$

где i — номер энергетической точки, N_i^{bg} — число событий 3π в данной точке, L_i — набранная в точке интегральная светимость, $(1 + \varepsilon_{det,i})$ — радиационная поправка. Полученное таким образом видимое сечение представлено на Рис. 3.2. Как видно, зависимость от энергии имеет резонансный характер, что говорит о наличии событий 3π и $\pi^0 e^+ e^-$ после отборов. Всего таких событий 228 ± 15 . Событий с конверсией на веществе детектора, практически, нет ввиду их характерного малого угла $\Delta\psi$;

- Из моделирования оценивался вклад событий $\pi^0 e^+ e^-$ в диапазон пространственного угла $0,4 < \Delta\psi < 1,2$: $N_{\pi^0 e^+ e^-} = 80 \pm 9$;
- Оставшиеся события 3π были пересчитаны в область углов $\Delta\psi < 1$, с использованием найденной из аппроксимации зависимости числа событий от пространственного угла для 3π — $N_{3\pi} = 88 \pm 17$;
- Используя эффективность отборов 3π глубокой нейронной сетью МР (см. Приложение А), получаем итоговое число событий $N_{3\pi} = 55 \pm 13$.

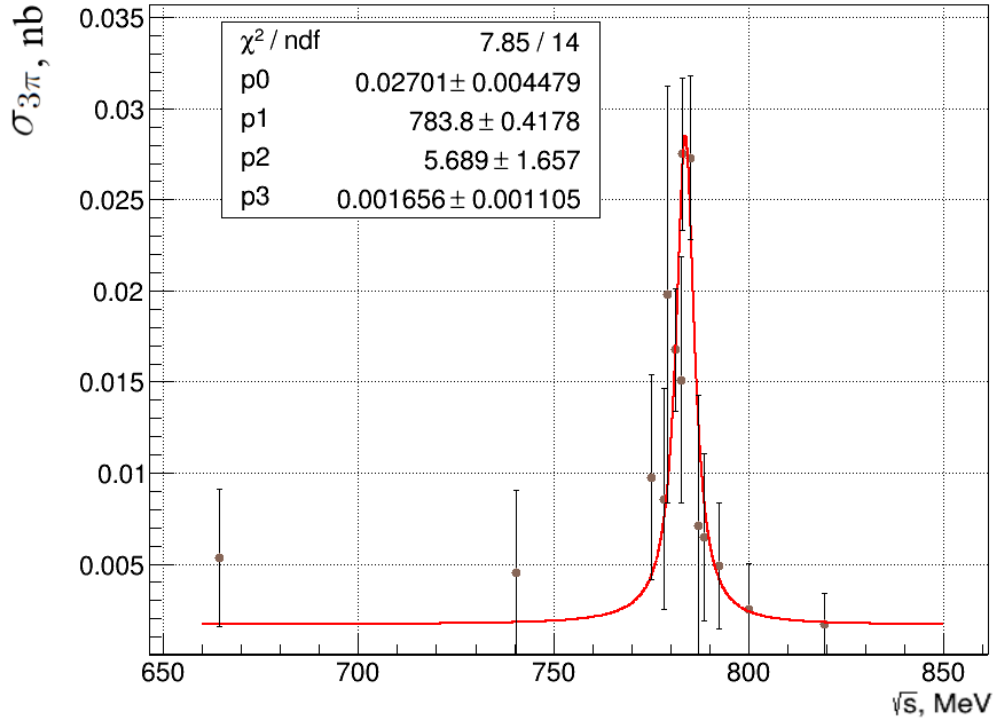


Рис. 3.2. Борновское сечение $\sigma_{3\pi} = \frac{N_i^{bg}}{L_i \varepsilon_{det}}$, аппроксимированное распределением Брейт-Вигнера. Использованные события прошли отбор $0,4 < \Delta\psi < 1,2$

3.2. Учёт вклада событий КЭД

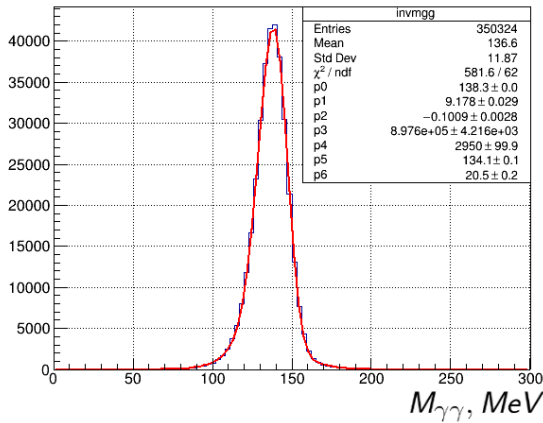
Поскольку в событиях изучаемого распада, фотоны являются продуктами распада π^0 , их измеряемая инвариантная масса должна быть близка к массе π^0 -мезона. После всех отборов в каждом событии выбиралось два фотона с ближайшей к π^0 инвариантной массой. Соответствующие распределения по инвариантной массе двух отобранных фотонов для экспериментальных событий и событий моделирования представлены на Рис. 2.14. Данные моделирования $\omega \rightarrow \pi^0 e^+ e^-$ использовались для точного описания формы сигнальных событий в спектре инвариантных масс $\gamma\gamma$. В моделировании инвариантная масса двух фотонов от сигнальных событий описыва-

лась суммой нормального распределения и логарифмического Гаусса:

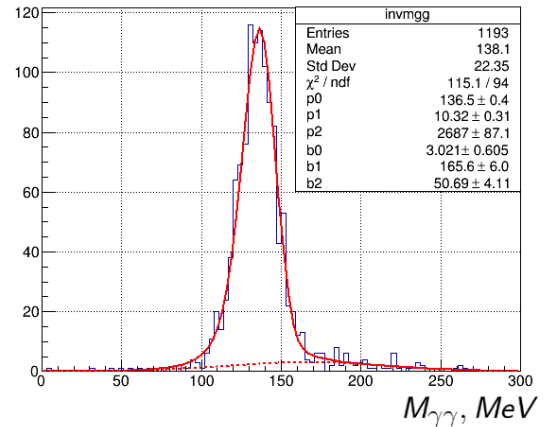
$$F(x) = \frac{f}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-0.5 \left(\frac{\ln(1 + f \cdot \frac{x-\mu}{\sigma} \cdot A)}{A}\right)^2 + A^2\right) \quad (3.3)$$

$$f = \frac{\sinh(A \cdot \sqrt{\ln(4)})}{A \cdot \sqrt{\ln(4)}} \quad (3.4)$$

Из результатов аппроксимации (см. Рис. 3.3, а) было определено значение параметра асимметрии — A , а также фиксированы отношения параметров ширины и положения пика для нормального распределения и логарифмического Гаусса. Далее, спектр $M(\gamma\gamma)$ по всей экспериментальной статистике был аппроксимирован суммой нормального распределения и логарифмического Гауссом, с отношением параметров, фиксированных из моделирования, а также для эксперимента было добавлено дополнительное нормальное распределение, описывающее подложку из фоновых событий. В результате чего были определены формы спектров $M(\gamma\gamma)$ для сигнальных событий и фоновых событий (см. Рис. 3.3, б).



(а) Моделирование. Произведена аппроксимация суммой распределений Гаусса и логарифмического Гаусса



(б) Эксперимент. Произведена аппроксимация сигнала в виде суммы распределения Гаусса и логарифмического Гаусса, фона в виде нормального распределения. Вклад фона обозначен пунктирной линией

Рис. 3.3. Инвариантная масса двух фотонов, прошедших критерию отбора

Далее функции, описывающие формы спектров сигнала и фона, были отнормированы так, чтобы интеграл от них равнялся единице. Таким образом, единственными неизвестными параметрами, которые могут варьироваться при аппроксимации формой сигнала и фона остались число сигнальных событий и число фоновых событий. Наконец, определение количества сигнальных и фоновых событий в каждой энергетической точке производилась путём аппроксимации спектра инвариантных масс фотонов, в котором использована только статистика этой энергетической точки. Полученные значения числа сигнальных $N_{sig,i}$ и фоновых $N_{bcg,i}$ событий в каждой энергетической точке были использованы при построении борновского сечения сигнала (см. Рис. 3.6) и видимого сечения фоновых событий (см. Рис. 3.4) по формуле:

$$\sigma_{vis,bcg} = \frac{N_{bcg,i}}{L_i \cdot \varepsilon_{det}}, \quad (3.5)$$

где i — порядковый номер энергетической точки, L_i — светимость в данной точке, ε_{det} — эффективность детектирования.

На Рис. 3.4 видно, что сечение фоновых событий не имеет резонансного пика в исследуемом диапазоне энергий 660–840 МэВ. Следовательно, данная методика учёта вклада событий КЭД действительно позволяет выделить фоновые нерезонансные события без π^0 .

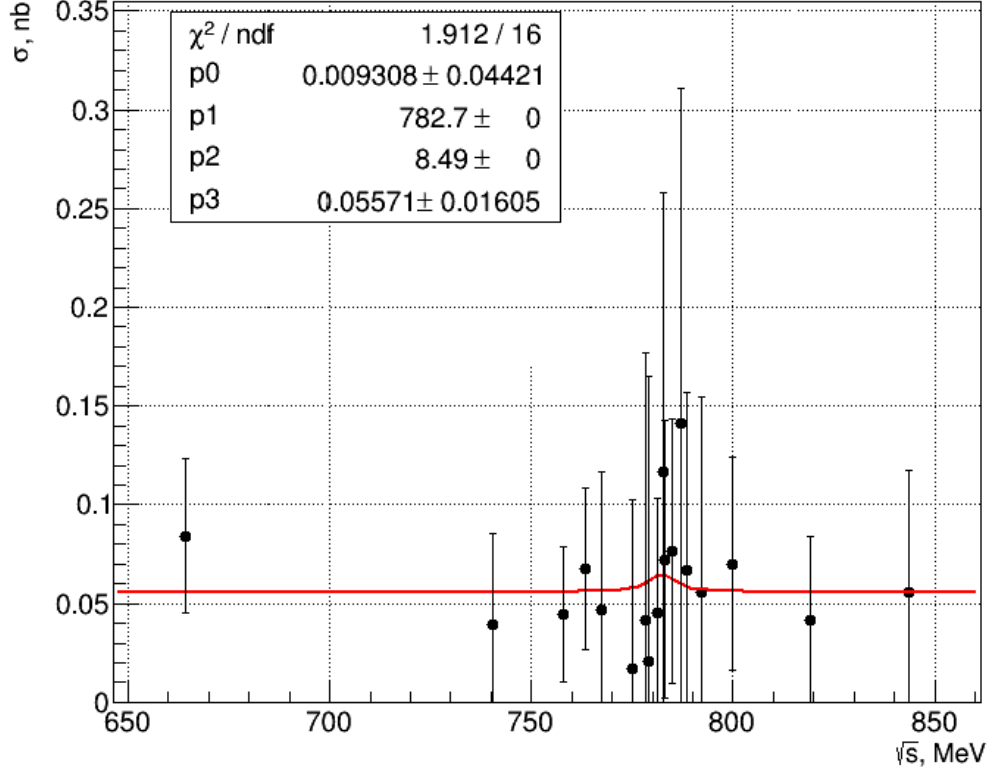


Рис. 3.4. Борновское сечение фонового сигнала (3.5), аппроксимированное распределением Брейт-Вигнера

3.3. Борновское сечение из МВД

Для описания борновского сечения изучаемого процесса использовалась параметризация из модели векторной доминантности со вкладом диаграмм ρ и ω резонансов, представленная на Рис. 1. Две данные диаграммы содержат одинаковый набор констант МВД $|g_{\gamma\omega}g_{\omega\rho\pi}g_{\rho\gamma}|$, отличаются диаграммы пропагаторами векторных мезонов. Сумма матричных элементов двух диаграмм данного процесса имеет вид:

$$M = (4\pi i\alpha)^2 \cdot (\bar{u}\gamma_\gamma u) \frac{1}{(p_0 + p'_0)^2} \cdot (f_{VP}(q^2)\epsilon^{\alpha\beta\gamma\delta} p_\alpha q_\beta) \cdot \frac{1}{q^2} \cdot (\bar{u}\gamma_\delta u), \quad (3.6)$$

$$f_{VP}(q^2) = \frac{g_{\gamma\omega}g_{\omega\rho\pi}g_{\rho\gamma}}{D_\omega(S)D_\rho(q^2)} + \frac{g_{\gamma\omega}g_{\omega\rho\pi}g_{\rho\gamma}}{D_\rho(S)D_\omega(q^2)}, \quad (3.7)$$

где $\epsilon^{\alpha\beta\gamma\delta}$ — символ Леви-Чивита, p_0 — 4-импульс начального элект-

трона, p'_0 — 4-импульс начального позитрона, p_α — 4-импульс π^0 , q_β — 4-импульс виртуального фотона, e_γ — 4-вектор поляризации векторной частицы, $f_{VP}(q^2)$ — электромагнитный формфактор перехода $V \rightarrow P$.

После перехода в интеграле состояний от интеграла по 4-х импульсам к интегралу по Далиц поверхности и углам [35] сечение принимает следующий вид:

$$\sigma_{\pi^0 e^+ e^-} = \frac{|g_{\gamma\omega} g_{\omega\rho\pi} g_{\rho\gamma}|^2}{4s} \int_{-1}^1 d\cos(\theta_1) \int_0^{2\pi} d\phi_1 \int_0^{2\pi} d\phi_{12} \iint_{\mathcal{D}} d\omega_1 d\omega_2 \times \quad (3.8)$$

$$\times \left| L(\vec{p}_1, \vec{p}_2, \vec{p}_3) \right|^2 \left| \frac{1}{D_\omega(S) D_\rho(q^2)} + \frac{1}{D_\rho(S) D_\omega(q^2)} \right|^2,$$

где \mathcal{D} — поверхность Далица по переменным энергий $e^- \omega_1$ и $e^+ \omega_2$, поверхность Далица с средним значением подынтегральной функции в каждом бине, представленная на Рис. 3.5, θ_1, ϕ_1 — полярный и азимутальный углы электрона, ϕ_{12} — угол поворота плоскости (\vec{p}_1, \vec{p}_2) , \vec{p}_1 и \vec{p}_2 — импульсы электрона и позитрона, соответственно, $D_V(s)$ — пропагатор мезона:

$$D_V(s) = m_V^2 - s - im_v \Gamma_V(s). \quad (3.9)$$

В выражении пропагатора присутствует величина $\Gamma_V(s)$ — зависящая от энергии ширина резонанса. Определяется она следующим выражением:

$$\Gamma_V(s) = \Gamma_\omega \left(Br_{3\pi} \frac{F_{3\pi}(s) \sqrt{s}}{F_{3\pi}(m_\omega^2) m_\omega} + Br_{\pi^0\gamma} \frac{F_{\pi^0\gamma}(s)}{F_{\pi^0\gamma}(m_\omega^2)} + Br_{\pi^+\pi^-} \frac{F_{\pi^+\pi^-}(s) m_\omega^2}{F_{\pi^+\pi^-}(m_\omega^2) s} \right), \quad (3.10)$$

где Br_X — соответствующие вероятности распада (бранчинги) омега мезона, Γ_ω — ширина ω -мезона на энергии, равной его массе, а функции $F_{\pi^+\pi^-}(s)$ и $F_{\pi^0\gamma}(s)$ определены следующем образом:

$$F_{\pi^+\pi^-}(s) = \left(\frac{s}{4} - m_\pi^2 \right)^{3/2}, \quad (3.11)$$

$$F_{\pi^0\gamma}(s) = \left(\frac{\sqrt{s}}{2} \left(1 - \frac{m_{\pi^0}^2}{s} \right) \right)^{3/2}. \quad (3.12)$$

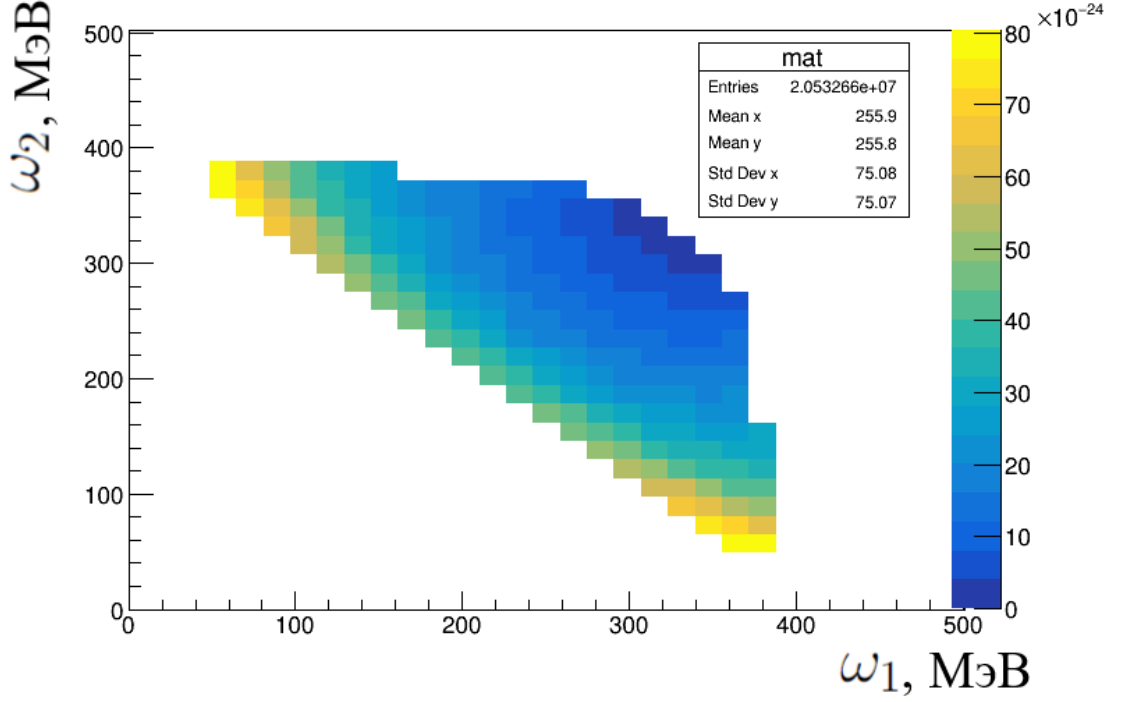


Рис. 3.5. Поверхность Далица в переменных энергии электрона и позитрона для изучаемого распада, $sqrts = M_\omega = 782.65$ МэВ. Каждый бин заполнен средним значением подынтегральной функции (3.8)

Последняя величина, требующая определения, в формуле 3.8 — $|\overline{L(\vec{p}_1, \vec{p}_2, \vec{p}_3)}|^2$ это оставшаяся часть квадрата матричного элемента, усреднённого по поляризациям начальных частиц и просуммированного по поляризациям конечных частиц:

$$\begin{aligned}
|\overline{L(\vec{p}_1, \vec{p}_2, \vec{p}_3)}|^2 &= \frac{4(\pi\alpha)^2}{k^2q^2} \cdot \left(((k, q)^2 - k^2q^2) \cdot \left(\frac{3}{4}k^2q^2 + 4m_e^4 \right) + \frac{1}{4}p_3^2k^2q^2(k^2 + q^2) - \right. \\
&\quad - 4((p_0, p_1)(p'_0, p_2) - (p_0, p_2)(p'_0, p_1)) - 4((p_3, p_1)(p_3, p_2) + \\
&\quad + (p_3, p_0)(p_3, p'_0)) + \frac{1}{4}k^2q^2((p_0 - p'_0), (p_1 - p_2)) - \frac{1}{2}q^2 \cdot \\
&\quad \left. \cdot (k, (p_1 - p_2))^2 \left(\frac{1}{2}k^2 - 2m_e^2 \right) - \frac{1}{2}k^2(q, (p_0 - p'_0))^2 \cdot \left(\frac{1}{2}q^2 - 2m_e^2 \right) \right), \tag{3.13}
\end{aligned}$$

где p_0 — 4-х импульс начального электрона, p'_0 — 4-х импульс начального позитрона, p_1 — 4-х импульс конечного электрона, p_2 — 4-х импульс конечного позитрона, p_3 — 4-х импульс π^0 , $k = p_0 + p'_0$, $q = p_1 + p_2$.

В выражении для сечения (3.8) многомерный интеграл был посчитан численно методом Монте-Карло [36], обозначим его как $W_{\pi^0 e^+ e^-}(s)$. Константы МВД были параметризованы через бранчинги электронного распада и распада $\omega \rightarrow \rho\pi$ [37]:

$$g_{V\gamma} = \sqrt{\left| \frac{3m_V^3 \Gamma_V Br(V \rightarrow e^+ e^-)}{4\pi\alpha} \right|}, \quad (3.14)$$

$$g_{V\rho\pi} = \sqrt{\left| \frac{4\pi \Gamma_V Br(V \rightarrow \rho\pi)}{W_{\rho\pi}(m_V)} \right|}, \quad (3.15)$$

где m_V — масса векторного мезона V , Γ_V — ширина векторного мезона V , $W_{\rho\pi}$ — интеграл фазового пространство распада в предположении, что $\rho \rightarrow \pi^+ \pi^-$, данный интеграл определён в [37].

Бранчинги можно объединить выражением для сечения векторного мезона на резонансе:

$$\sigma_{\omega \rightarrow \pi^0 e^+ e^-}^0 = \frac{12\pi Br(\omega \rightarrow e^+ e^-) Br(\omega \rightarrow \pi^0 e^+ e^-)}{m_V^2}, \quad (3.16)$$

Таким образом, используя параметризацию констант МВД (3.15) и (3.14), а также выражение для сечения на резонансе (3.16), получаем итоговую формулу для аппроксимации борновского сечения $\omega \rightarrow \pi^0 e^+ e^-$:

$$\sigma_{\pi^0 e^+ e^-}(s) = \frac{3W_{\pi^0 e^+ e^-}(s) \cdot \sigma_{\omega \rightarrow \pi^0 e^+ e^-}^0 \cdot m_\omega^5 \Gamma_\omega^2 m_\rho^3 \Gamma_\rho}{2(4\pi\alpha)^2 s \cdot W_{\rho\pi}(s)}. \quad (3.17)$$

3.4. Определение вероятности распада $\omega \rightarrow \pi^0 e^+ e^-$

Определение относительной вероятности распада $\omega \rightarrow \pi^0 e^+ e^-$ проводилось путём аппроксимации количества сигнальных событий суммой двух функций, одна из которых описывает энергетическую зависимость рождения $\pi^0 e^+ e^-$, другая фоновых событий распада в 3π :

$$N_{sig} = L \sigma_{\pi^0 e^+ e^-} (1 + \delta) Br(\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma) \varepsilon_{trig} \varepsilon_{\Delta\psi} \varepsilon_{geom} + N_{3\pi} \quad (3.18)$$

Для описания борновского сечения изучаемого процесса использовалась параметризация (3.17). Для описания зависимости борновского сечения от энергии для событий распада $\omega \rightarrow \pi^0 \pi^+ \pi^-$ использовалась релятивистская модификация функции Брейта-Вигнера [37], с учётом вклада только ω мезона:

$$\sigma_{3\pi} = \frac{F_{3\pi}(s)}{s} \left| \sqrt{\frac{\sigma_0(\omega \rightarrow 3\pi) M_\omega}{F_{3\pi}(M_\omega^2)}} \cdot \frac{M_\omega^2 \Gamma_\omega}{M_\omega^2 - s - i\sqrt{s} \Gamma_\omega(s)} \right|^2, \quad (3.19)$$

где Γ — ширина, M — масса ω резонанса, $F_{3\pi}(s)$ — функция, описывающая динамику процесса в зависимости от энергии с учётом фазового объёма, а σ_0 — сечение процесса на энергии, равной массе резонанса, $\Gamma(s)$ — ширина в зависимости от полной энергии (3.10). Используются радиационные поправки к процессу $\omega \rightarrow \pi^0 \pi^+ \pi^- \delta_{3\pi}$ [37].

Аппроксимация производилась методом максимального правдоподобия. Минимизируемая функция правдоподобия имела следующий вид:

$$\mathcal{L} = \sum_{i=1}^n \left(\frac{(N_{sig,i} - N_{sig,i}^{exp})^2}{N_{sig,i}^{exp}} \right) + \frac{(\bar{N}_{3\pi} - N_{3\pi})^2}{N_{3\pi}}, \quad (3.20)$$

здесь $N_{sig,i}$ — количество сигнальных событий в i -ой энергетической точке, определенное из (3.18), $N_{sig,i}^{exp}$ — экспериментально определённое число событий, $N_{3\pi}$ — экспериментально определённое число событий 3π , методика определения числа событий 3π описана в главе 3.1.

Количество сигнальных событий в каждой энергетической точке, интегральная светимость, радиационные поправки и другие величины, используемые в выражении (3.18) приведены в сводной Таблице 3.1.

Таблица 3.1. Результаты анализа сигнальных событий $\omega \rightarrow \pi^0 e^+ e^-$ в каждой энергетической точке. В таблице представлены слева направо: энергия пучка, интегральная светимость в точке, радиационная поправка, геометрическая эффективность, эффективность восстановления π^0 , эффективность триггера, количество событий сигнала и величина борновского сечения

\sqrt{s} , МэВ	L, нб ⁻¹	δ	ε_{det}	ε_{π^0}	$\varepsilon_{trig,i}$	N_{sig}^{exp}	$\sigma_{\pi^0 e^+ e^-}$, нб
664*	433,484	-0,015	0,172	0,998	1,0000	1	0,0098
740	266,087	-0,113	0,202	0,998	1,0000	0	0,0000
758	454,313	-0,125	0,207	0,998	1,0000	3	0,0388
763*	362,102	-0,152	0,211	0,998	1,0000	2	0,0269
767	160,443	-0,160	0,210	0,998	1,0000	1	0,0320
775	386,955	-0,213	0,209	0,998	1,0000	28	0,4444
778*	304,251	-0,218	0,202	0,998	0,9994	36	0,7146
779	197,865	-0,222	0,208	0,998	1,0000	19	0,5937
781	1929,81	-0,224	0,208	0,998	0,9998	304	0,9704
783*	416,605	-0,205	0,207	0,998	0,9999	70	1,0078
783	1968,85	-0,191	0,207	0,998	0,9997	392	1,1838
785	1632,88	-0,138	0,209	0,998	0,9999	249	0,8475
787	156,729	-0,092	0,208	1,007	1,0000	12	0,4242
788*	344,953	-0,02	0,211	0,999	1,0000	20	0,2794
792	355,327	0,153	0,212	1,000	1,0000	24	0,2740
800	299,89	0,427	0,211	0,997	1,0000	5	0,0548
820	393,516	1,023	0,204	0,994	1,0000	4	0,0249
840*	108,355	1,026	0,174	0,986	1,0000	0	0,0000

* Данные, набранные в период первого сканирования по энергии с декабря 2012 года по февраль 2013 года. Остальные данные были набраны с мая 2013 года по июль 2013 года.

Минимизация выражения (3.20) проводилась в нескольких моделях. Во всех моделях параметром аппроксимации являлась относительная вероятность распада $Br(\omega \rightarrow \pi^0 e^+ e^-)$ и число событий 3π , далее, в зависимости от модели, могли варьироваться значения массы и ширины ω резонанса и вклады высших резонансов в амплитуду процесса. Вклады высших резонансов описывались двумя параметрами - мнимой и реальной частью

константы A_0 . Константа A_0 была добавлена под квадрат модуля в формуле (3.8). Результаты аппроксимации для всех моделей представлены в Таблице 3.2.

Таблица 3.2. Результаты аппроксимации количества сигнальных событий в различных модельных предположениях.

Модель	$Br(\omega), 10^{-4}$	$M_\omega, \text{МэВ}$	$\Gamma_\omega, \text{МэВ}$	$Re(A_0), \text{МэВ}^{-4}$	$Im(A_0), \text{МэВ}^{-4}$	χ^2/NDF
I	$6,52 \pm 0.21$	782,65 [38]	8,49 [38]	-	-	16,8/17
II	$6,79 \pm 0.32$	$782,7 \pm 0.2$	$8,11 \pm 0.65$	-	-	16,82/15
III	$7,19 \pm 0.95$	782,65 [38]	8,49 [38]	$(-1,0 \pm 2,8) \cdot 10^{-6}$	$(-5,7 \pm 10,5) \cdot 10^{-6}$	16,85/15
IV	$7,2 \pm 1,2$	$782,7 \pm 0,25$	$8,19 \pm 0,64$	$(-7,7 \pm 37,6) \cdot 10^{-7}$	$(-5,4 \pm 12,8) \cdot 10^{-6}$	16,64/13

Так как результаты аппроксимации для ширины и массы омега мезона согласуются в пределах ошибки с экспериментальными значениями [38], масса и ширина были фиксированы для уменьшения ошибки аппроксимации вероятности распада. Отличие вклада высших резонансов A_0 от нуля статистически незначимо. Поэтому, в качестве итогового результата выбрано модельное предположение I, в рамках которого найдено значение относительной вероятности распада:

$$Br(\omega \rightarrow \pi^0 e^+ e^-) = (6,53 \pm 0,21) \cdot 10^{-4} \quad (3.21)$$

На Рис. 3.6 показано видимое сечение сигнальных событий:

$$\sigma_{born} = \frac{N_{sig,i}}{L_i(1 + \delta_i)\varepsilon_{det}\varepsilon_{\pi^0}\varepsilon_{\Delta\psi}Br(\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma)} \quad (3.22)$$

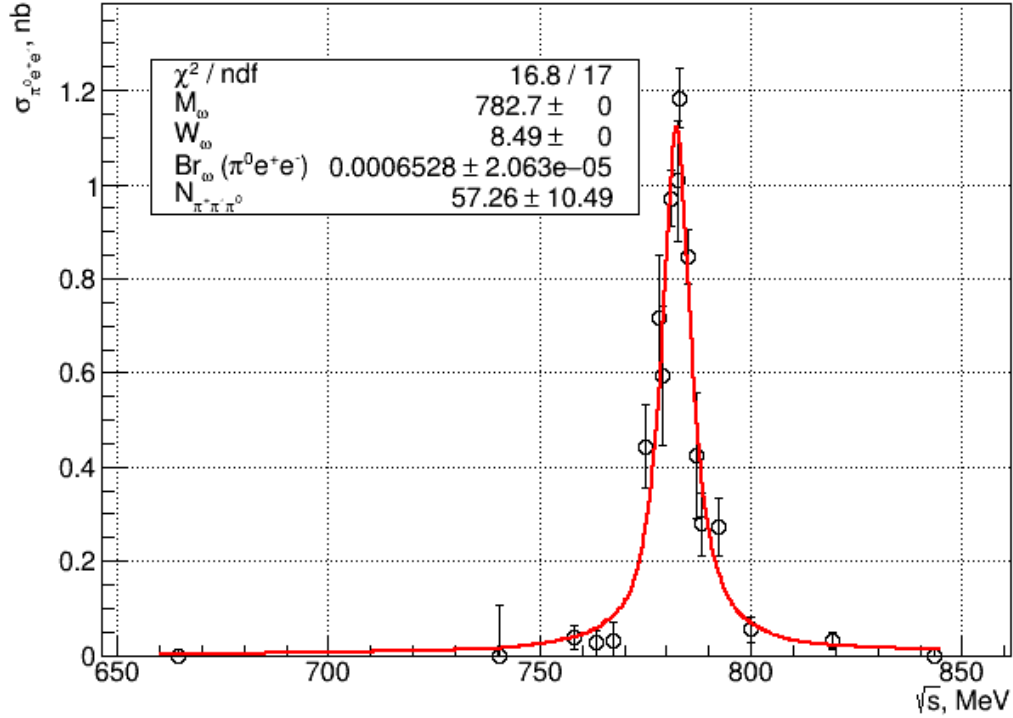


Рис. 3.6. Зависимость борновского сечения $e^+e^- \rightarrow (\omega, \rho) \rightarrow \pi^0 e^+ e^-$ от энергии, аппроксимированная функцией 3.18

3.5. Анализ систематических ошибок

Ошибка вероятности распада, полученная в результате аппроксимации сигнальных событий (3.21), является статистической. Для определения систематического вклада в ошибку измерения вероятности распада $Br(\omega \rightarrow \pi^0 e^+ e^-)$ в пределах систематической ошибки варьировались вклады величин, входящих в (3.22) или в функцию аппроксимации (3.18). Полученное изменение вероятности распада определяет вклад исследуемой величины в систематическую ошибку. Все найденные вклады в систематическую ошибку представлены в Таблице 3.3.

Наибольший вклад в ошибку даёт расчёт эффективности отборов. Варьировались пороговые значения различных критериев отбора. Для этого использовались отборы по пространственному углу (см. Рис. 2.4), массе

отдачи пары фотонов (см. Рис. 2.6), зависимости полного импульса заряженных частиц от угла между средним импульсом треков и фотоном максимальной энергии (см. Рис. 2.7), оценка суммарного вклада в систематическую ошибку составила 3,6%.

Далее следует систематическая ошибка, происходящая от точности значения табличных параметров резонансов ρ и ω — 2,4%, взятых из PDG [38]. Наибольший вклад — 1,8% происходит от точности величины относительной вероятности электронного распада $Br(\omega \rightarrow e^+e^-) = (7,28 \pm 0,14) \cdot 10^{-5}$. В связи с этим итоговый ответ представлен в виде произведения $Br(\omega \rightarrow e^+e^-) \cdot Br(\omega \rightarrow \pi^0 e^+e^-)$.

Следующим по значимости источником ошибки является систематическая погрешность от применения нейронной сети для подавления фоновых событий $e^+e^- \rightarrow (\rho, \omega) \rightarrow \pi^0 \gamma$ — 2,5%. Пересчитывая на ошибку определения бранчинга получаем вклад — 2%. Методика определения данной систематической ошибки описана в Главе 2.6.2. Интегральная светимость определялась по методике, описанной в [11], систематическая погрешность которой оценивается на уровне 1,5%. Модельная ошибка при моделировании определяется переходным формфактором процесса. По изменению геометрической эффективности отборов в зависимости от значения формфактора при моделировании была получена систематика 1,2%. Систематическая ошибка определения фона 3π определяется формой функции для аппроксимации пространственного угла (см. Рис. 3.1), она составила 0,9%.

Эффективность восстановления близких треков (2.5) также имеет значение систематической ошибки, которая влияет на величину борновского сечения и соответственно бранчинга. Значение вклада в систематическую ошибку от эффективности близких треков составляет 0,5%. Радиационная поправка определялась двумя методами: итерационным [39] и методом аппроксимации экспериментальных данных видимого сечения интегралом Кураева-Фадина [40], в котором борновское сечение было подставлено из

МВД в виде параметризации (3.8). Отличие в полученном обоими методами относительной вероятности распада изучаемого процесса составило около 0,5%, что и определяет вклад в систематическую ошибку.

Другим вкладом в систематическую ошибку измерения относительной вероятности изучаемого распада может являться разброс энергии в пучке, который приводит к разбросу полной энергии взаимодействия электрон-позитронной пары. Для учёта данного эффекта были использованы результаты по измерению энергии методом обратного комптоновского рассеяния [16]. Для каждой экспериментальной энергетической точки, использованной в анализе, была найдена средняя величина и статистическая ошибка разброса энергии. Разброс энергии от точки к точке существенно изменяется, но при этом, лежит в диапазоне от 186 ± 4 кэВ при энергии пучка 391,5 МэВ до величины 317 ± 98 кэВ при энергии пучка 420 МэВ. Для определения влияния энергетического разброса в пучке на величину сечения изучаемого процесса, энергия пучков в каждой экспериментальной точке описывалась функцией нормального распределения, с шириной, равной суммарному разбросу энергий двух пучков $\sqrt{2}\Delta E$. Далее, распределение энергии пучков сворачивалось с найденной параметризацией сечения (3.8). Относительное изменение величины полного количества резонансных событий, позволяет оценить вклад разброса энергии в пучке на измерение относительной вероятности распада:

$$\delta = \frac{\sum_i \varepsilon_i \cdot \sigma_{\pi^0 e^+ e^-, i} L_i}{\sum_i \sigma_{\pi^0 e^+ e^-, i} L_i} = -0,2\%, \quad (3.23)$$

где i — номер экспериментальной энергетической точки, ε_i — среднее значение распределения случайной величины $\frac{\sigma_{\pi^0 e^+ e^-, i}(\tilde{S}) - \sigma_{\pi^0 e^+ e^-, i}(S_0)}{\sigma_{\pi^0 e^+ e^-, i}(S_0)}$, где энергия \tilde{S} — распределена в соответствии с нормальным распределением с дисперсией, равной разбросу энергии пучков, $\sigma_{\pi^0 e^+ e^-, i}$ — значение параметризации сечения в точке, L_i — значение интегральной светимости в точке.

Найденное значение вклада в ошибку определения относительной ве-

роятности изучаемого процесса от разброса энергии в пучках $\delta = -0,2\%$ оказалась пренебрежимо малым и не учитывалось в качестве поправки.

Таблица 3.3. Основные вклады в систематическую ошибку

Источник ошибки	Величина, %
Вычитание фона	3,6
Параметры ρ и ω резонансов	2,4
Подавление конверсии	2,0
Светимость	1,5
Формфактор	1,2
Фон 3π	0,9
Близкие треки	0,5
Радиационная поправка	0,5

При определении полной систематической ошибки, все отдельные вклады считались независимыми. Итоговое значение систематической ошибки равно:

$$\sigma_{syst} = 0,34 \cdot 10^{-4} (5,3\%) \quad (3.24)$$

Результат для величины относительной вероятности конверсионного распада $\omega \rightarrow \pi^0 e^- e^+$:

$$Br(\omega \rightarrow \pi^0 e^+ e^-) = (6,53 \pm 0,21(\text{стат.}) \pm 0,34(\text{сист.})) \cdot 10^{-4} \quad (3.25)$$

При этом, если убрать относительную вероятность распада из параметризации сечения (3.8) и в качестве параметра аппроксимации использовать произведение $Br(\omega \rightarrow e^+ e^-) \cdot Br(\omega \rightarrow \pi^0 e^+ e^-)$, то величина систематической ошибки уменьшится:

$$\sigma_{syst} = 0,22 \cdot 10^{-8} (4,9\%). \quad (3.26)$$

Итоговый ответ для произведения относительных вероятностей распада:

$$\begin{aligned} & Br(\omega \rightarrow e^+ e^-) \cdot Br(\omega \rightarrow \pi^0 e^+ e^-) = \\ & = (4,80 \pm 0,15(\text{стат.}) \pm 0,24(\text{сист.})) \cdot 10^{-8} \end{aligned} \quad (3.27)$$

Заключение

В результате проделанной работы:

1. Проведено моделирование изучаемого процесса $e^+e^- \rightarrow \omega \rightarrow \pi^0 e^+e^-$ и фоновых процессов с учётом ISR фотона. Параметры моделирования настраивались с учётом индивидуальных особенностей эксперимента в каждой энергетической точке.
2. Определены условия отбора сигнальных событий, позволяющие эффективно подавить события КЭД, космических частиц, распадов в конечные состояния 3π и $\pi^0\gamma$.
3. Разработана методика подавления событий $\pi^0\gamma$, где монохроматический фотон конвертирует в электрон-позитронную пару на веществе детектора. Методика основана на применении нейронной сети. Рассчитана систематическая погрешность применения данной методики.
4. На основе экспериментальных данных с интегральной светимостью около 10 пб^{-1} , набранной на КМД-3 за 2013 год в диапазоне энергий от 660-840 МэВ в с.ц.м., зарегистрировано 1193 событий распада в $\pi^0 e^+ e^-$.
5. Определена относительная вероятность распада:

$$Br(\omega \rightarrow \pi^0 e^+ e^-) = (6,53 \pm 0,21(\text{стат.}) \pm 0,34(\text{сист.})) \cdot 10^{-4} \quad (3.28)$$

Результат не противоречит предыдущим экспериментальным измерениям, но при этом имеет большую точность (см. Таблицу 3.4).

Таблица 3.4. Бранчинг $\omega \rightarrow \pi^0 e^+ e^-$ измеренный в различных экспериментах

	ND	SND	CMD-2	CMD-3 (предварительно)
$\text{Br}(\omega \rightarrow \pi^0 e^+ e^-), 10^{-4}$	$5,9 \pm 1,9$	$7,61 \pm 0,53 \pm 0,64$	$8,19 \pm 0,53 \pm 0,62$	$6,53 \pm 0,21 \pm 0,34$
Интегральная светимость, пб $^{-1}$	-	9,8	3,3	10

6. Произведена оценка основных факторов, влияющих на систематическую ошибку. К коррелированным вкладам относятся - ошибка определения светимости, ошибка параметров ω и ρ из PDG и переходный электромагнитный формфактор. К некоррелированным - вычитание фона, подавление событий конверсии фотона на веществе перед дрейфовой камерой, учёт вклада событий 3π , эффективность восстановления близких треков e^+ или e^- в дрейфовой камере.

Благодарности

Выражаю благодарность своему научному руководителю, Казанину Василию Фёдоровичу, за длительные и продуктивные обсуждения деталей работы, терпеливое руководство, активное участие в процессе анализа и внимание, уделенное тексту работы. Также выражаю благодарность Григорьеву Дмитрию Николаевичу и Ахметшину Равелю Равиловичу за замечания и предложения по поводу данного анализа. Я признателен Грибанову Сергею Сергеевичу за помощь с кинематической реконструкций и радиационной поправкой и Толмачёву Сергею Сергеевичу за разъяснение деталей анализа распада ω мезона. Я также признателен всему коллективу КМД-3, ВЭПП-2000 и дирекции института за проведение эксперимента.

Список литературы

1. J. Sakurai Theory of strong interactions // Annals Phys. — 1960. — Т. 11. — С. 1—48. — DOI: 10.1016/0003-4916(60)90126-3.
2. Buras A. J. Photon Structure Functions: 1978 and 2005 //arXiv preprint hep-ph/0512238. — 2005.v
3. S. I. Eidelman, Conversion decays of vector mesons, Workshop on Physics and Detectors for DAΦNE, Frascati, (1991) 451.
4. Faessler A., Fuchs C., Krivoruchenko M. I. Dilepton spectra from decays of light unflavored mesons //Physical Review C. — 2000. — Т. 61. — №. 3. — С. 035206.
5. Shuryak E. V. Quark-gluon plasma and hadronic production of leptons, photons and psions //Physics Letters B. — 1978. — Т. 78. — №. 1. — С. 150-153.
6. Goloviznin V. V., Snigirev A. M., Zinovjev G. M. Anisotropy of thermal dileptons //JETP Letters. — 2018. — Т. 107. — №. 9. — С. 527-531.
7. Agakishiev G. et al. Study of dielectron production in C+ C collisions at 1AGeV //Physics Letters B. — 2008. — Т. 663. — №. 1-2. — С. 43-48.
8. Fedotov G. V. et al. CMD-3 detector for VEPP-2000 //Nuclear Physics B-Proceedings Supplements. — 2006. — Т. 162. — С. 332-338.
9. Тимошенко М. В. и др. Статус электрон-позитронного коллайдера ИЯФ ВЭПП-2000 //Письма в журнал Физика элементарных частиц и атомного ядра. — 2020. — Т. 17. — №. 4. — С. 380-387.
10. Achasov M. N. et al. Spherical neutral detector for VEPP-2M collider //Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment. — 2000. — Т. 449. — №. 1-2. — С. 125-139.
11. Ryzhenenkov A. E. et al. Current status of luminosity measurement with the CMD-3 detector //Journal of Instrumentation. — 2017. — Т. 12. — №.

07. – С. C07040.
12. Shekhtman L. et al. Development of -RWELL detectors for the upgrade of the tracking system of CMD-3 detector //Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment. – 2019. – Т. 936. – С. 401-404.
 13. Grancagnolo F. et al. Drift chamber for the CMD-3 detector //Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment. – 2010. – Т. 623. – №. 1. – С. 114-116.
 14. Epifanov D. Electromagnetic calorimeters of the CMD-3 detector //Journal of Physics: Conference Series. – IOP Publishing, 2011. – Т. 293. – №. 1. – С. 012009.
 15. Akhmetshin R. R. et al. Status of the endcap BGO calorimeter of the CMD-3 detector //Physics of Atomic Nuclei. – 2009. – Т. 72. – №. 3. – С. 477-481.
 16. Abakumova E. V. et al. A system of beam energy measurement based on the Compton backscattered laser photons for the VEPP-2000 electron–positron collider //Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment. – 2014. – Т. 744. – С. 35-40.
 17. Соболев И. М. Метод Монте-Карло. – наука, 1985.
 18. Ландсберг Л. Г. Электромагнитные лептонные распады и структура легких мезонов //Успехи физических наук. – 1985. – Т. 146. – №. 6. – С. 185-236.
 19. Agostinelli S. et al. GEANT4—a simulation toolkit //Nuclear instruments and methods in physics research section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment. – 2003. – Т. 506. – №. 3. – С. 250-303.
 20. Шебалин В. Е. Реконструкция фотонов и энергетическая калибровка цилиндрического калориметра детектора КМД-3 : дис. – канд.

- физ.-мат. наук, Новосибирск, 2016.
21. Каравдина А. В. и др. Восстановление треков заряженных частиц в дрейфовой камере детектора КМД-3. – 2008.
 22. Казанин В. Ф., Изучение распадов ρ - и ω -мезонов в псевдоскалярный мезон и e^+e^- -пару с детектором КМД-2: дис. канд. физ.-мат. наук, ИЯФ СО РАН, Новосибирск, 2005.
 23. Kozyrev A. N. et al. The CMD-3 TOMA DAQ infrastructure //Journal of Instrumentation. – 2014. – Т. 9. – №. 10. – С. C10016
 24. Carleo G. et al. Machine learning and the physical sciences //Reviews of Modern Physics. – 2019. – Т. 91. – №. 4. – С. 045002.
 25. Brownlee J. Data preparation for machine learning: data cleaning, feature selection, and data transforms in Python. – Machine Learning Mastery, 2020.
 26. Brownlee J. Machine learning algorithms from scratch with Python. – Machine Learning Mastery, 2016.
 27. Hecht-Nielsen R. Theory of the backpropagation neural network //Neural networks for perception. – Academic Press, 1992. – С. 65-93.
 28. Ke G. et al. Lightgbm: A highly efficient gradient boosting decision tree //Advances in neural information processing systems. – 2017. – Т. 30.
 29. Zhang Z. Improved adam optimizer for deep neural networks //2018 IEEE/ACM 26th International Symposium on Quality of Service (IWQoS). – IEEE, 2018. – С. 1-2.
 30. Dietterich T. G. Ensemble methods in machine learning //International workshop on multiple classifier systems. – Springer, Berlin, Heidelberg, 2000. – С. 1-15.
 31. Friedman J. H. Stochastic gradient boosting //Computational statistics data analysis. – 2002. – Т. 38. – №. 4. – С. 367-378.
 32. Paszke A. et al. Pytorch: An imperative style, high-performance deep learning library //Advances in neural information processing systems. –

2019. – Т. 32.
33. Chen T., Guestrin C. Xgboost: A scalable tree boosting system //Proceedings of the 22nd acm sigkdd international conference on knowledge discovery and data mining. – 2016. – С. 785-794.
 34. Ioffe S., Szegedy C. Batch normalization: Accelerating deep network training by reducing internal covariate shift //International conference on machine learning. – PMLR, 2015. – С. 448-456.
 35. Копылов Г. И. Основы кинематики резонансов //ГИ Копылов–М.: Наука. – 1970.
 36. Филинов В. С. Построение метода Монте-Карло для вычисления интегралов Фейнмана //Журнал вычислительной математики и математической физики. – 1986. – Т. 26. – №. 1. – С. 35-49.
 37. Achasov M. N. et al. Study of the process $e^+ e^- \rightarrow \mu^+ \mu^-$ in the energy region s below 0.98 GeV //Physical Review D. – 2003. – Т. 68. – №. 5. – С. 052006.
 38. Particle Data Group et al. Review of particle physics //Progress of Theoretical and Experimental Physics. – 2020. – Т. 2020. – №. 8. – С. 1-2093
 39. Griбанov S. S., Popov A. S. A new method for obtaining a Born cross section using visible cross section data from $e^+ e^-$ colliders //Journal of High Energy Physics. – 2021. – Т. 2021. – №. 11. – С. 1-36.
 40. Kuraev E. A., Fadin V. S. On radiative corrections to $e^+ e^-$ single photon annihilation at high-energy 1985 //Sov. J. Nucl. Phys. – Т. 41. – №. 466. – С. 86-02.

Приложение А. Нейронная сеть и деревья решений

1. Глубокая нейронная сеть и градиентный бустинг деревьев решений

Одной из задач, для которых применяется методика машинного обучения — это задача классификации. В наших моделях будем предполагать, что классов только два — сигнал и фон. Таким образом задача сводится к поиску такой поверхности в многомерном пространстве кинематических параметров процесса, которая позволит обеспечить разделение сигнала и фона с наибольшей эффективностью. В случае нейронной сети поиск поверхности происходит методом обратного распространения ошибки, который является модификацией метода градиентного спуска. Из параметров поверхности составляется вектор, который последовательно перемножается с матрицей, нелинейной функцией и снова с матрицей за счёт чего на выходе получается два значения вероятности принадлежности объекта к классу фон или к классу сигнал. В сумме две данные вероятности дают единицу. Из отличия предсказаний модели от истинной принадлежности к классу формируется функция потерь [25]. После чего градиент каждого значения входного параметра выражается через значение функции потерь. Данная процедура всегда возможна, если все промежуточные линейные и нелинейные операции являются дифференцируемыми. Найденный градиент каждого параметра поверхности используется для поправки значения данного параметра. Данная итеративная процедура поправки каждого параметра может повторяться несколько раз. Одна итерация в процессе обучения, включающая предъявление всех примеров из обучающего множества, называется эпохой. В данной работе для корректировки значения

параметров использовался метод стохастической оптимизации "Adam"[29].

В случае градиентных деревьев решений используется “ансамбль” [30] слабых моделей прогнозирования, которые обычно представляют собой деревья решений. Дерево решений — это метод представления решающих правил в иерархической структуре, состоящей из элементов двух типов — узлов и листьев. В узлах находятся решающие правила и производится проверка соответствия примеров этому правилу по какому-либо атрибуту обучающего множества. Лист определяет решение для каждого попавшего в него примера. Для дерева классификации — это класс, ассоциируемый с узлом. В простейшем случае, множество примеров, попавших в узел, разбивается на два подмножества, в одно из которых попадают примеры, удовлетворяющие правилу, а в другое — не удовлетворяющие. Построение дерева решений происходит путём выбора атрибута, по которому будет производиться разбиение в данном узле, критерия остановки обучения и оценки точности построенного дерева. После построения первого дерева в BDT алгоритме, каждому входному вектору присваивается вес. После оценки дерева увеличиваются веса тех входных векторов, по которым классифицировать удалось с низкой эффективностью, и уменьшаются веса тех, которые удалось классифицировать эффективно. Следующее дерево опирается на эти скорректированные веса. Затем подсчитывается ошибка этой модели и создается следующее дерево для выдачи новых предсказаний. Последующие деревья помогают классифицировать наблюдения, которые плохо классифицируются предыдущими деревьями. В результате прогнозы окончательной ансамблевой модели представляют собой взвешенную сумму прогнозов, сделанных предыдущими деревьями [31].

2. Описание моделей МР, ВДТ и ансамбль

МР состоит из 6 слоёв. Для стохастической оптимизации нейронной сети применялся метод “Adam” [29] со скоростью обучения 0,003 и бета-коэффициентами (0,9, 0,999), применялось затухание скорости обучения с множителем 0,95 для каждых 5 эпох для общего числа из 100 эпох. Порог для выбора класса был выбран как $\xi_{thresh} = 0,7$, исходя из минимизации статистической неопределенности. В качестве функции активации использовалась ReLU [25]. Вместо изменения весов модели после каждого входного вектора, веса изменялись только после применения к матрице из 64 входных векторов. Методика нормализации параметров применялась между каждым слоем [34]. Полученная точность модели на тестовом наборе данных составляет 97,1%.

ВДТ имеет максимальную глубину 8, скорость обучения 0,1 и 100 раундов повышения. Полученная точность модели на тестовом наборе данных составляет 97,2%. Точность определяется как число корректно классифицированных событий к полному числу событий.

Кроме того, был создан ансамбль [30] из двух моделей, в котором предсказание каждой модели усреднялось с равными весами. Ансамбль обеспечивает точность 97,8%, а распределение критерия разделения ξ для ансамбля показано на Рис. 2.14, а и Рис. 2.14, б.