

КОЗЫРЕВ ЕВГЕНИЙ АНАТОЛЬЕВИЧ

ИЗУЧЕНИЕ ПРОЦЕССА ЭЛЕКТРОН-ПОЗИТРОННОЙ  
АННИГИЛЯЦИИ В ЧЕТЫРЕ ПИОНА

НАУЧНЫЙ ДОКЛАД ОБ ОСНОВНЫХ РЕЗУЛЬТАТАХ  
ПОДГОТОВЛЕННОЙ НАУЧНО-КВАЛИФИКАЦИОННОЙ  
РАБОТЫ (ДИССЕРТАЦИИ) АСПИРАНТА

17 октября 2019 г.

Научный руководитель:

д. ф.-м. н. Солодов Евгений Петрович, ИЯФ СО РАН

Рецензенты:

д.ф.-м.н. Дружинин Владимир Прокопьевич, ИЯФ СО РАН

к.ф.-м. н. Жевлаков Алексей Сергеевич, ТГУ

Новосибирск — 2018

## Оглавление

	Стр.
<b>Введение . . . . .</b>	<b>4</b>
<b>Глава 1. Эксперимент КМД-3 на коллайдере ВЭПП-2000 . . . . .</b>	<b>7</b>
1.1 Ускорительный комплекс и коллайдер ВЭПП-2000 . . . . .	7
1.2 Детектор КМД-3 и набор данных . . . . .	8
1.3 Дрейфовая камера (ДК) . . . . .	10
1.4 Электроника съема сигнала с камеры и калибровка температурных зависимостей . . . . .	11
<b>Глава 2. Изучение процесса <math>e^+e^- \rightarrow 2\pi^\pm 2\pi^0</math> . . . . .</b>	<b>14</b>
2.1 Отбор сигнальных событий $e^+e^- \rightarrow 2\pi^\pm 2\pi^0$ . . . . .	14
2.2 Отбор сигнальных событий $e^+e^- \rightarrow 2\pi^\pm 2\pi^\mp$ . . . . .	17
2.3 МС моделирование процессов $e^+e^- \rightarrow \pi^0(p_1)\pi^0(p_2)\pi^+(p_3)\pi^-(p_4)$ и $e^+e^- \rightarrow \pi^+(p_1)\pi^-(p_2)\pi^+(p_3)\pi^-(p_4)$ . . . . .	17
<b>Глава 3. Амплитудный анализ процесса <math>e^+e^- \rightarrow 4\pi</math> . . . . .</b>	<b>20</b>
3.1 Процесс $e^+e^- \rightarrow \rho' \rightarrow \omega\pi^0 \rightarrow \rho\pi\pi^0$ . . . . .	22
3.2 Процесс $e^+e^- \rightarrow \rho' \rightarrow a_1\pi \rightarrow \rho\pi\pi$ . . . . .	23
3.3 Процесс $e^+e^- \rightarrow \rho' \rightarrow a_1\pi \rightarrow \sigma\pi\pi$ . . . . .	24
3.4 Процесс $e^+e^- \rightarrow \rho' \rightarrow \rho f_0(980)(\sigma(600))$ . . . . .	25
3.5 Процесс $e^+e^- \rightarrow \rho' \rightarrow \rho f_2(1270)$ . . . . .	26
3.6 Процесс $e^+e^- \rightarrow \rho' \rightarrow \rho^+\rho^-$ . . . . .	26
3.7 Процесс $e^+e^- \rightarrow \rho' \rightarrow h_1(1170)\pi^0$ . . . . .	27
3.8 Проверка корректности амплитудного анализа . . . . .	28
3.9 Результаты амплитудного анализа . . . . .	28
<b>Глава 4. Сечение процесса <math>e^+e^- \rightarrow 2\pi^0\pi^+\pi^-</math> . . . . .</b>	<b>33</b>
4.1 Эффективность реконструкции нейтральных пионов . . . . .	33
4.2 Эффективность реконструкции заряженных пионов . . . . .	35
4.3 Сечение процесса $e^+e^- \rightarrow 2\pi^0\pi^+\pi^-$ . . . . .	37
4.4 Систематические неопределенности сечения $e^+e^- \rightarrow 2\pi^0\pi^+\pi^-$ . .	41

<b>Глава 5. Распад тау лептона на систему из четырех пионов и нейтрино</b>	<b>43</b>
<b>Глава 6. Результаты и обсуждение</b>	<b>44</b>
<b>Литература</b>	<b>45</b>

## Введение

Изучение электрон-позитронной аннигиляции в адроны в области низких энергий  $E_{\text{c.m.}} = \sqrt{s} < 2$  ГэВ, где квантовая хромодинамика непертурбативна, позволяет получить уникальную информацию о взаимодействии легких夸克ов. При низких энергиях структура фотона не может быть вычислена теоретически, так же как и значение инклузивного или эксклюзивного сечений процессов  $e^+e^-$  аннигиляции в адроны.

Данная работа посвящена изучению процесса  $e^+e^- \rightarrow \gamma^* \rightarrow 4\pi$  с детектором КМД-3 (CMD-3) на коллайдере ВЭПП-2000 в диапазоне энергий  $E_{\text{c.m.}} = 0.8 \div 2$  ГэВ.

На защиту дипломной работы выносятся следующие положения.

- Определены вклады возможных амплитуд промежуточных процессов  $e^+e^- \rightarrow \gamma^* \rightarrow 2\pi^\pm 2\pi^0$  (нейтральная мода) и  $e^+e^- \rightarrow \gamma^* \rightarrow 4\pi^\pm$  (заряженная мода).
- Измерено сечение процесса  $e^+e^- \rightarrow 2\pi^\pm 2\pi^0$  с систематической точностью около 10% в области энергий  $E_{\text{c.m.}} = 0.8 \div 2$  ГэВ.

Процесс электрон-позитронной аннигиляции в четыре пиона в нейтральной моде изучался в ряде предыдущих экспериментов: АСО [1], М3Н [2], МЕА [3], GG2 [4], OLYA [5], DM2 [6], ND [7], КМД-2 [8], СНД [9], BaBar [10].

Наиболее точное измерение сечения канала  $e^+e^- \rightarrow 2\pi^\pm 2\pi^0$  выполнено методом радиационного возврата в диапазоне энергий  $\sqrt{s} = 0.85 \div 4.5$  ГэВ с детектором BaBar на коллайдере РЕР-II в Стенфордском центре линейных ускорителей [10]. В данной работе фотон, излученный начальным состоянием, регистрировался в калориметре детектора, что в значительной степени обуславливает значение эффективности регистрации процесса  $\epsilon \sim 7.5\%$ . В центральном диапазоне энергий  $\sqrt{s} = 1.2 \div 2.7$  ГэВ, где сечение данного процесса относительно велико, это измерение выполнено со систематической точностью 3.1%. Однако в данной работе не было проведено исследование амплитуд промежуточных механизмов, хотя приведенные спектры инвариантных масс однозначно свидетельствуют о значимом вкладе амплитуд  $\omega\pi^0$ ,  $\rho f_0(980)$ ,  $\rho^+\rho^-$ . Также в работе коллегии BaBar по изучению  $e^+e^- \rightarrow 2\pi^+ 2\pi^-$  [11] приведены спектры двухпионных инвариантных масс, из которых следует присутствие значимого вклада амплитуды  $\rho f_2(1270)$ .

Наиболее интересная по данной теме работа с точки зрения изучения динамики процесса была выполнена коллаборацией КМД-2 [8]. Главным выводом этого исследования является утверждение о том, что доминирующими промежуточными состояниями процесса  $e^+e^- \rightarrow 4\pi$  являются  $a_1(1260)\pi$  и  $\omega\pi^0$  в диапазоне энергий  $\sqrt{s} = 1.05\text{--}1.38$  ГэВ. В данной работе выполнен амплитудный анализ, используя данные нейтрального (22128 событий) и заряженного (28552) каналов с интегральной статистикой  $5.8 \text{ pb}^{-1}$ .

Коллаборация СНД также опубликовала [9] изучение процесса  $e^+e^- \rightarrow 2\pi^\pm 2\pi^0$  в диапазоне энергий 0.76–1.38 ГэВ. В данной работе был сделан вывод, что кинематика процессов удовлетворительно описывается промежуточными состояниями ( $a_1(1260)\pi + \omega\pi^0$ ). Опубликованное СНД сечение характеризуется систематической точностью 20% при энергии  $E_{c.m.} < 1.16$  ГэВ и 10% при  $E_{c.m.} > 1.16$  ГэВ.

Также необходимо упомянуть про измерение  $e^+e^- \rightarrow \rho^+\rho^- \rightarrow 2\pi^0\pi^+\pi^-$ , выполненное с детектором BaBar при энергии  $\sqrt{s} = 10.58$  ГэВ [14]. Измеренное сечение составило  $\sigma(e^+e^- \rightarrow \rho^+\rho^-) = 19.5 \pm 1.6(stat) \pm 3.2(syst)$  фб. Во-первых, в данном исследовании было показано, что при энергии  $\sqrt{s} = 10.58$  ГэВ доминирующим механизмом рождения четырех пионов является двухчастичное промежуточное состояние  $\rho^+\rho^-$ , а во-вторых были измерены соотношения между состояниями с различными спиральностями родившихся  $\rho$ -мезонов, причем измеренный вклад амплитуды с нулевыми спиральностями составляет меньшее на 3.1 стандартных отклонений значение по сравнению с предсказаниями КХД.

Также в 2018 году были опубликованы предварительные результаты по изучению процесса  $e^+e^- \rightarrow 2\pi^0\pi^+\pi^-$  с детектором BES-III [12]. В этой работе также применялся метод радиационного возврата в двух его вариантах, когда фотон ISR регистрировался и нет.

Кроме аннигиляционного канала, где система  $4\pi$  рождается из виртуального фотона, сопряженным процессом к искуму анализу является распад тау-лептона  $\tau \rightarrow W\nu_\tau \rightarrow \rho\nu_\tau \rightarrow 4\pi\nu_\tau$ . Анализ процесса  $\tau \rightarrow \pi^- 3\pi^0\nu_\tau$  выполнен с детектором CLEO [30]. Измерения произведены на установке Cornell Electron Storage Ring (CESR) в области энергий около  $\Upsilon(4S)$ . В анализе использовались данные с интегральной светимостью 4.68 1/фб, что соответствует 4.27 миллионам рожденных пар  $\tau^+\tau^-$  и 24500 зарегистрированных событий распада  $\tau \rightarrow \pi^- 3\pi^0\nu_\tau$ . Модель, обеспечивающая наилучшее согласие с эксперимен-

тальными данными в данной работе, содержит как доминирующие амплитуды  $a_1(1260)\pi$  и  $\omega\pi^0$ , так и вклады  $\rho\sigma$ ,  $\rho f_0(980)$  и нерезонансную амплитуду  $\rho\pi\pi$ .

Вероятность распада тау лептона на систему из четырех пионов и нейтрино составляет [28]:

$$B(\tau^- \rightarrow \pi^- 3\pi^0 \nu_\tau)(ex.K^0) = 1.05 \pm 0.07 \% \quad (1)$$

$$B(\tau^- \rightarrow 2\pi^- \pi^+ \pi^0 \nu_\tau)(ex.K^0) = 4.48 \pm 0.06 \% \quad (2)$$

Первая мода была измерена с детектором ALEPH [29], вторая мода - детекторами ALEPH [29] и CLEO [30]. Также из объединенного фита PDG следует, что

$$B(\tau^- \rightarrow \omega\pi^- \nu_\tau) = 1.95 \pm 0.06 \% \quad (3)$$

Спектральные функции и приведенные вероятности распада тау-лептона могут быть предсказаны, используя результаты по изучению  $e^+e^- \rightarrow 4\pi$  и гипотезу о сохранении векторного тока (CVC), однако это выходит за рамки настоящей работы. Видно, что бранчинги  $\tau$ -лептона известны с ошибками в несколько процентов, что задает масштам требуемой точности в изучении  $e^+e^- \rightarrow 4\pi$ .

**Объем и структура работы.** Работа состоит из введения, четырёх глав, заключения и двух приложений. Полный объём дипломной работы составляет 46 страниц, включая 28 рисунков и 3 таблицы.

## Глава 1. Эксперимент КМД-3 на коллайдере ВЭПП-2000

### 1.1 Ускорительный комплекс и коллайдер ВЭПП-2000

Коллайдер ВЭПП-2000 расположен в Институте Ядерной Физики им. Г.И. Будкера в г. Новосибирск. Его предшественником является коллайдер ВЭПП-2М, работавшим в диапазоне энергий  $\sqrt{s} = 0.36 \div 1.40$  ГэВ, в то время как диапазон энергий ВЭПП-2000 расширен до  $\sqrt{s} = 0.32 \div 2.00$  ГэВ. Главной отличительной чертой ВЭПП-2000 является использование концепции круглых сталкивающихся пучков. Это приводит к тому, что поперечное нелинейное движение частиц в коллайдере становится эффективно одномерным, а динамика их движения более регулярной и устойчивой.

Схема ускорительного комплекса показана на Рис. 1.1. Изначально пучок электронов ускоряется импульсным линейным ускорителем ИЛУ до энергии около 2 МэВ, затем инжектируется в слабофокусирующий синхробетатрон Б-3М, где ускоряется сначала в бетатронном, а затем в синхротронном режиме до энергии 250 МэВ. Для получения позитронного пучка до 2014 года использовался вольфрамовый конвертор, показанный на Рис. 1.1. Эффективность конвертации составляла около 0.01%. В 2014-2016 гг. была произведена модернизация ускорительного комплекса. Главным изменением являлось внедрение нового инжекционного комплекса ВЭПП-5, способным производить интенсивные пучки электронов и позитронов высокого качества [16]. Из бустера БЭП, также

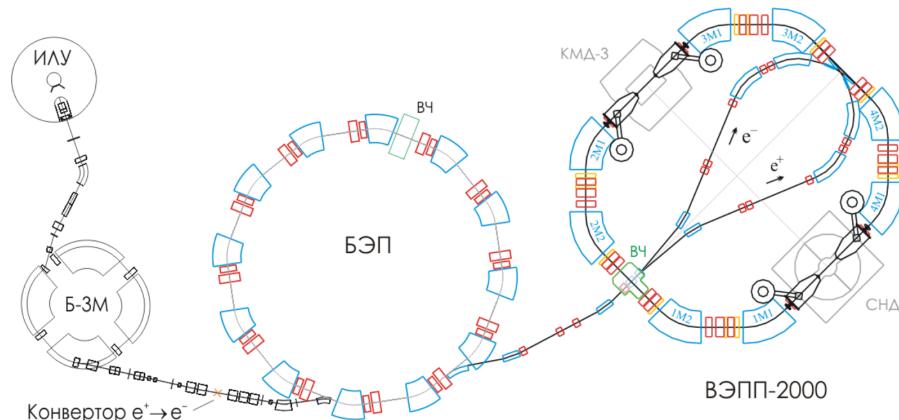


Рис. 1.1 — Схема ускорительного комплекса ВЭПП-2000.

выполняющего роль накопительного кольца, пучок электронов или позитронов перепускается по соответствующему каналу в коллайдер ВЭПП-2000. Он состоит из двух идентичных арок, разделённых прямолинейными промежутками встречи длиной около 3 м, в которых расположены детекторы Криогенный Магнитный Детектор-3 (КМД-3) и Сферический Нейтральный Детектор (СНД), и соленоиды финальной фокусировки с продольным магнитным полем до 13 Т.

## 1.2 Детектор КМД-3 и набор данных

Данный анализ основан примерно на  $52 \text{ pb}^{-1}$  интегральной светимости, набранной с помощью детектора КМД-3. Используемая статистика набиралась в 130 точках по энергии в четырех сеансах (в 2011, 2012, 2013, 2014 и 2017 гг.), перечисленных в таблице 1. Начиная с конца 2012 г., энергия пучков в коллайдере непрерывно измерялась с помощью регистрации фотонов, испытавших обратное комптоновское рассеяние на электронном пучке, с систематической точностью  $4 \cdot 10^{-5} \cdot E_{\text{с.м.}}$  [17]. КМД-3 - это универсальный детектор (см. рис. 1.2), состоящий из дрейфовой камеры (ДК) (4) с гексагональной структурой ячейки. ДК окружена сверхпроводящим соленоидом, создающим магнитное поле 1.3 Т (9), которое замыкается железным ярмом. Z-камера (8) это двухслойная пропорциональная камера, позволяющая определять Z координату треков вдоль пучка. Энергия и координата кластеров измеряется электромагнитным калориметром. Торцевая часть детектора основана на кристаллах BGO (3). Цилиндрический калориметр состоит из двух частей: основанных на жидким ксеноне (LXE) (7) и CsI кристаллах (5) с толщинами  $5.8 X_0$  и  $8 X_0$  соответственно. Время-пролетная система (6), спроектированная для идентификации медленных частиц, расположена между двумя частями цилиндрического калориметра. Кроме того, для подавления космического фона мюонная система была установленная вокруг железного ярма. Аксептанс детектора для заряженных треков составляет  $0.7 \times 4\pi$ . Более детальное описание детектора может быть найдено, например, в работе [18].

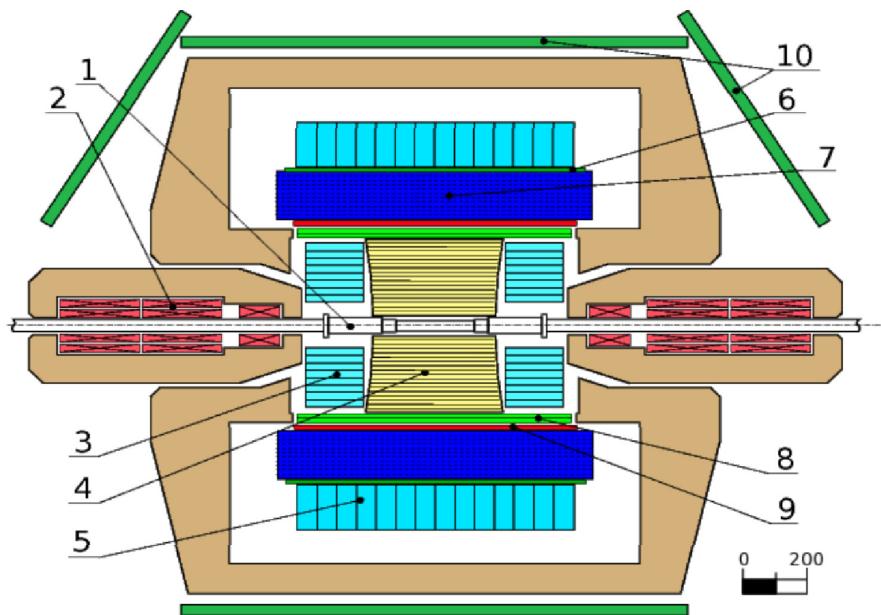


Рис. 1.2 – Схема детектора КМД-3: 1 - вакуумная камера; 2 - фокусирующий соленоид ВЭПП-2000; 3 - BGO кристаллы; 4 - дрейфовая камера; 5 - CsI калориметр; 6 - время-пролетная система; 7 - жидко-ксеноновый (LXe) калориметр; 8 - Z-камера; 9 - сверхпроводящий соленоид; 10 - мюонная система.

Таблица 1 — Название сезона vs набранный интеграл светимости

Сезон	Светимость, пб <sup>-1</sup>
scan2011	20.16
scan2012	13.34
scan2012_omphi	0.68
scan2013_rho	11.59
scan2013_omphi	
scan2017	6.07

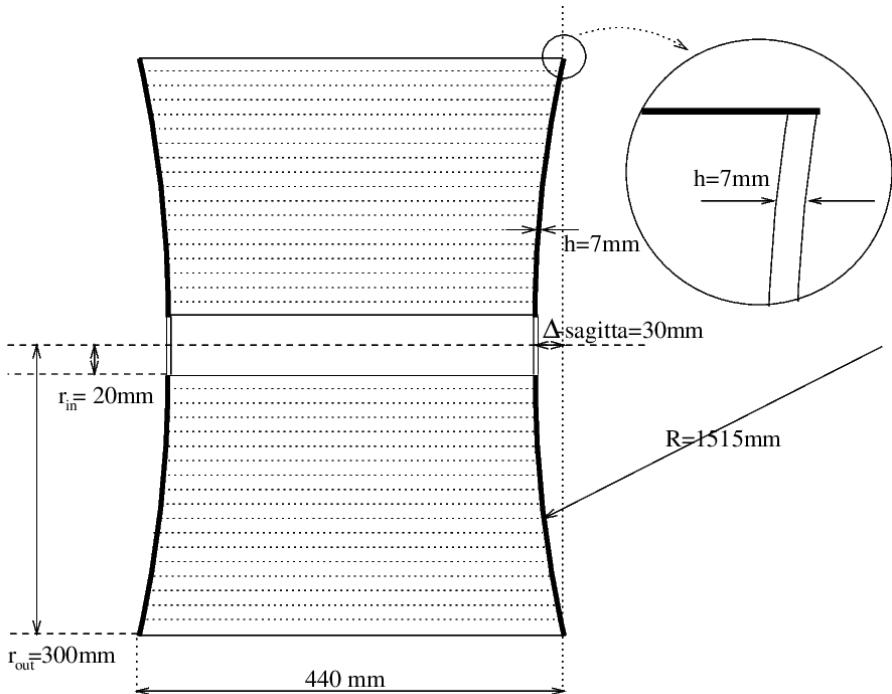


Рис. 1.3 – Схема дрейфовой камеры КМД-3.

### 1.3 Дрейфовая камера (ДК)

ДК представляет из себя цилиндрический объем длиной 44 см и диаметром 60 см, продуваемый газовой смесью Ar:iC<sub>4</sub>H<sub>10</sub>(80:20). Поверхность цилиндра составляют обечайка, два фланца и опорные кольца (см. Рис. 1.3). Обечайка и фланцы изготовлены из углепластика. Толщина фланца составляет 7 мм. Полевые проволочки натянуты вдоль оси Z и образуют 1218 аксиальных ячеек гексагональной формы со стороной 9 мм, в центре которых проходят сигнальные проволочки, находящиеся под нулевым потенциалом. Суммарное количество вещества в дрейфовой камере для частиц, летящих перпендикулярно оси детектора составляет 0.015 X<sub>0</sub>.

Частицы, пролетая сквозь объем дрейфовой камеры, возбуждают ионизируют газ, а также рассеиваются на нем. Изобутан имеет роль гасящей добавки, т.е. конвертирует энергию излучаемых аргоном фотонов в безизлучательные степени свободы, чтобы предотвратить появление свободного разряда. При пролете заряженной частицы образуется примерно три кластера ионизации на миллиметр. Рабочее напряжение камеры составляет примерно 2000 В, коэффициент газового усиления  $\sim 10^5$ , а максимальное время дрейфа - 600 нс.

Импульсное разрешение ДК для пионов может быть выражено как  $\sigma_p/p = (1.6 - \frac{p_\pi(\text{MeV})}{800})\%$ . Суммарная точность измерения Z-координаты трека минимально ионизирующих частиц составляет  $\sigma = 2 \div 3$  мм, поперечного расстояния от трека до оси пучков -  $\sigma_{R-\phi} = 115 \div 125$  мкм, полярного угла трека -  $\sigma_\theta = 7 \cdot 10^{-3}$  радиан, азимутального угла трека -  $\sigma_\phi = 4 \cdot 10^{-3}$  радиан и ионизационных потерь -  $\sigma_{dE/dx} = 0.15 \cdot \langle dE/dx \rangle$ .

## 1.4 Электроника съема сигнала с камеры и калибровка температурных зависимостей

Сигнал с ДК обрабатываются с помощью плат T2Q, расположенных рядом с детектором, которые позволяют измерять амплитуды и время для 16 независимых проволочек. Электрические импульсы поступают в предусилители путем трехметровых коаксиальных кабелей с волновым сопротивлением 75 Ом. В первую очередь импульсы подвергаются предусилению.

Каждый из 16 индивидуальных каналов содержит микротриггер, обеспечивающий связь с общим стопом, преобразователи заряда и времени в напряжение, формирователь разрешающего времени для канала первичного триггера. Измеренные аналоговые величины, преобразованные к напряжению, с помощью мультиплексора подаются на вход АЦП и преобразуются в цифровой вид, необходимый для дальнейшей обработки в системе сбора данных (ССД). Продольная Z-координата хита определяется методом деления заряда согласно следующему выражению (предполагается, что начало отсчета находится в центре камеры, а ось Z направлена от одного торца к другому):

$$Z_{hit} = L \times \frac{k_2(A_2) \cdot (A_2 - P_2) \cdot (0.5 + \frac{r_2}{R}) - k_1(A_1) \cdot (A_1 - P_1) \cdot (0.5 + \frac{r_1}{R})}{k_2 \cdot (A_2 - P_2) + k_1 \cdot (A_1 - P_1)}, \quad (1.1)$$

где  $L$  - длина проволочки,  $k_i(A_i)$  - коэффициент усиления амплитуды (может быть представлен как  $k_i(A_i) = const_1^i + const_2^i \cdot A_i$ ),  $r_i$  - входные сопротивления усилителей,  $P_i$  - пьедисталы АЦП,  $R$  - сопротивление проволочки ( $\sim 450$  Ом). Таким образом, каждый амплитудный канал электроники характеризуется четырьмя параметрами ( $const_1^i, const_2^i, r_i, P_i$ ).

Нужно отметить тот факт, что коэффициенты усиления ( $k_{1,2}$ ), входные сопротивления ( $r_{1,2}$ ) и пьедисталы ( $P_{1,2}$ ) зависят от температуры плат. Вариация

температуры приводит в смещению координаты восстановленного хита на проволочке, и как следствие к неправильной реконструкции направления вылета трека. Для учета температурных зависимостей была выполнена калибровка коэффициентов  $r_{1,2}$  и  $P_{1,2}$  для всех каналов, в то время как эффект температурных зависимостей  $k_{1,2}$  были выявлены пренебрежимыми. Масштабы температурных "уплызов" следующие:  $P(T) = 100 + 0.3 \cdot \Delta T$  (ед. АЦП),  $r(T) = 50 + 0.15 \cdot \Delta T$  (Ом), где  $\Delta T = T - 293$  К.

Для отслеживания систематических ошибок при восстановлении направления вылетов треков измеряется отклонение ( $\delta Z$ ) Z-координаты пересечения продолжения трека из ДК до точки конверсии трека в LXe от Z-координаты кластера в LXE для отобранных космических мюонных треков. Зависимость  $\delta Z/Z$  от времени показана на Рис. 1.4 (сверху). Квадратики соответствуют экспериментальным заходам, реконструированным старой версией, в которой температурные эффекты не учтены, в то время как круглые точки их учитывают. Снизу на рисунке показана зависимость температуры на одной из плат в том же временном диапазоне ( $\sim 6$  дней). Видно, что поведение  $\delta Z/Z$  от времени в старой версии реконструкции скоррелировано с дрейфом температуры, и в значительной степени выравнивается в новой. Из приведенных рисунков видно, что в старой версии  $\delta Z/Z \sim \frac{\Delta T(K)}{1000}$ , что напрямую влияет на точность определения светимости как  $\delta L/L \sim 2 \cdot \delta Z/Z$ , что связано с тем, что светимость на КМД-3 определяется с помощью событий Баба рассеяния  $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$ , когда  $e^\pm$  летят в центральную часть ДК ( $1 < \theta < \pi - 1$  рад.) и это создает необходимость, как можно точнее определять эффективность данного отбора по полярному углу.

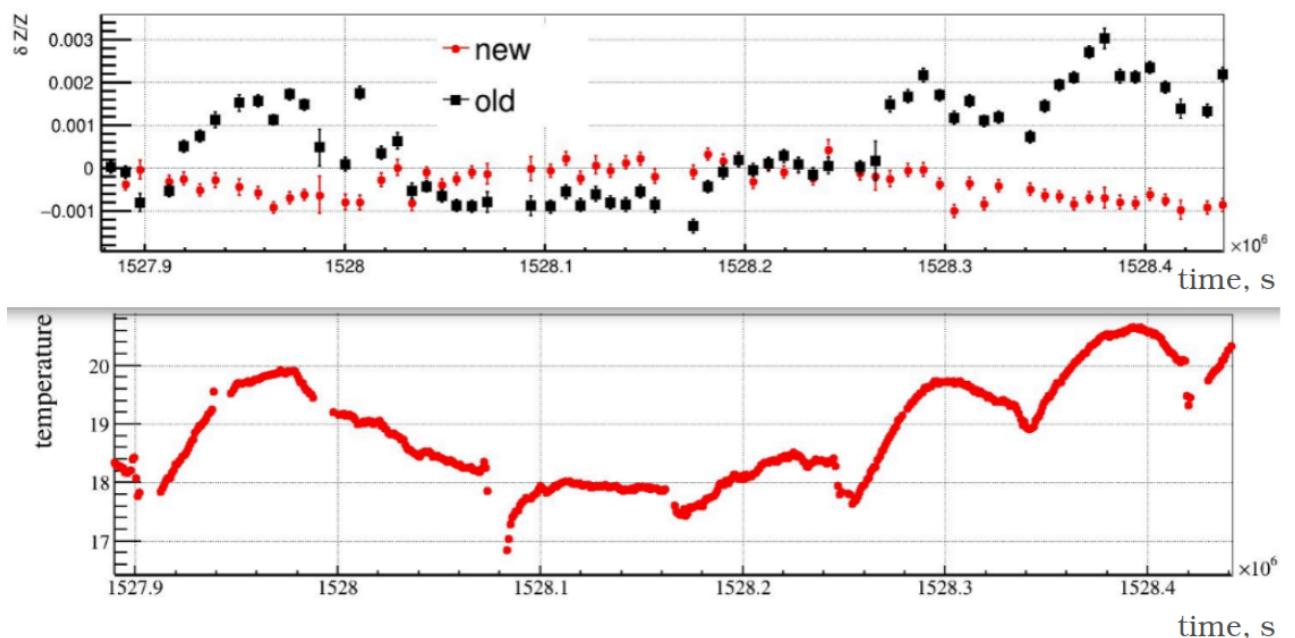


Рис. 1.4 — (сверху) Зависимость  $\delta Z/Z$  от времени. (снизу) Температура, измеренная на в одной из плат, в том же временном диапазоне.

## Глава 2. Изучение процесса $e^+e^- \rightarrow 2\pi^\pm 2\pi^0$

Экспериментальное изучение данного процесса связано с двумя главными моментами. Во-первых, богатый набор промежуточных состояний, что обуславливает необходимость многомерного амплитудного анализа для создания корректного МС генератора, воспроизводящего экспериментальные спектры и величину эффективности реконструкции событий. Во-вторых, большое число частиц в конечном состоянии - два трека и 4 фотона из двух распадов  $\pi^0$ , что формирует высокие требования к знанию эффективностей реконструкции как треков, так и фотонов.

### 2.1 Отбор сигнальных событий $e^+e^- \rightarrow 2\pi^\pm 2\pi^0$

Прежде всего, определим понятие “кандидат в  $\pi^0$ ” как комбинацию двух фотонов, удовлетворяющую следующим требованиям:

- Энергия каждого фотона больше 40 МэВ;
- Оба фотона соответствуют диапазону полярных углов  $0.8 < \theta_\gamma < \pi - 0.8$  радиан;
- Инвариантная масса фотонов соответствуют диапазону  $0.08 < m_{\gamma\gamma} < 0.20$  ГэВ/с<sup>2</sup> в районе массы  $\pi^0$ -мезона;

Определим “кандидата в заряженный пион” как

- Минимальное поперечное расстояние от оси пучков до реконструированного трека  $\rho_{tr} < 0.2$  см;
- Трек соответствует диапазону полярных углов  $0.8 < \theta_{tr} < \pi - 0.8$  радиан;
- Продольное расстояние от места встречи до трека  $|Z_{tr}| < 9$  см;
- Ионизационные потери треков удовлетворяют условиям, показанным линиями на Рис. 2.1.

Отобранные события разделяются на три перекрывающихся класса, когда:

1. найдены, как минимум, два кандидата в  $\pi^0$  и два противоположно заряженных кандидата в пионы;

2. найдены, как минимум, два кандидата в  $\pi^0$  и один кандидат в заряженный пион;
3. найдены, как минимум, один кандидат в  $\pi^0$  и два противоположно заряженных кандидата в пионы.

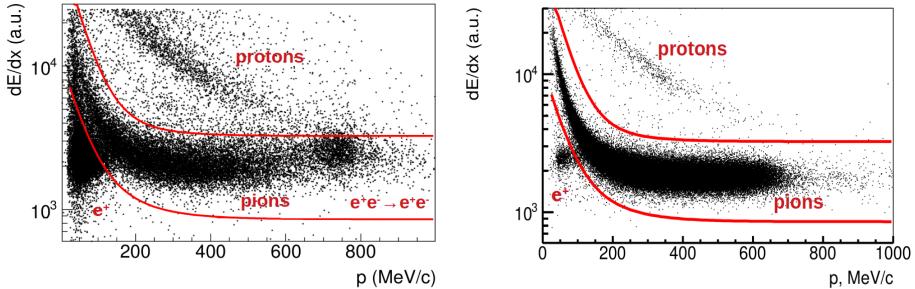


Рис. 2.1 — Ионизационные потери в зависимости от импульса положительного трека для экспериментальных данных (слева) и моделирования (справа) при энергии  $E_{c.m.} = 1.5$  ГэВ. Линиями показаны используемые условия отбора.

Первый класс событий наименее всего подвержен вкладу фоновых процессов, поэтому амплитудный анализ, речь о котором пойдет ниже, основан на данном классе, когда все кандидаты задетектированы. Для отбора сигнальных событий производится цикл по всем комбинациям кандидатов, удовлетворяющим также условиям:

- $|\vec{P}_{\gamma 1} + \vec{P}_{\gamma 2} + \vec{P}_{\gamma 3} + \vec{P}_{\gamma 4} + \vec{P}_{tr1} + \vec{P}_{tr2}| < 500$  MeV/c.
- $|E_{\gamma 1} + E_{\gamma 2} + E_{\gamma 3} + E_{\gamma 4} + E_{tr1} + E_{tr2} - E_{c.m.}| < 500$  MeV,

где импульс трека определен в предположении, что трек - пион. Для каждой комбинации выполняется кинематическая реконструкция 5С с требованием 4 законов сохранения энергии-импульса, а также равенства инвариантной массы двух фотонов  $m_{\gamma 1\gamma 2} = m_{\pi^0}$ . Комбинация с наименьшим  $\chi^2_{5C}$  используется в дальнейшем анализе. Распределения по  $\chi^2_{5C}$  при энергиях  $E_{c.m.} = 894, 1500, 1980$  МэВ показаны на Рис. 2.2 для экспериментальных событий. Пик в области малых значений  $\chi^2_{5C}$  в распределениях обусловлен, в основном, сигнальными событиями, в то время как хвост содержит как фоновые процессы, так и сигнальные, если был излучен высокоэнергетичный ISR фотон или событие было восстановлено некорректно, например, из-за перепутки фотонов. В области энергий  $\phi$ -мезона ( $1.007 < E_{c.m.} < 1.070$  ГэВ) для дополнительного подавления резонансного фона от  $e^+e^- \rightarrow \phi \rightarrow K_S^0(2\pi)K_L^0$  требуется, чтобы косинус угла между треками был больше, чем  $-0.8$ .

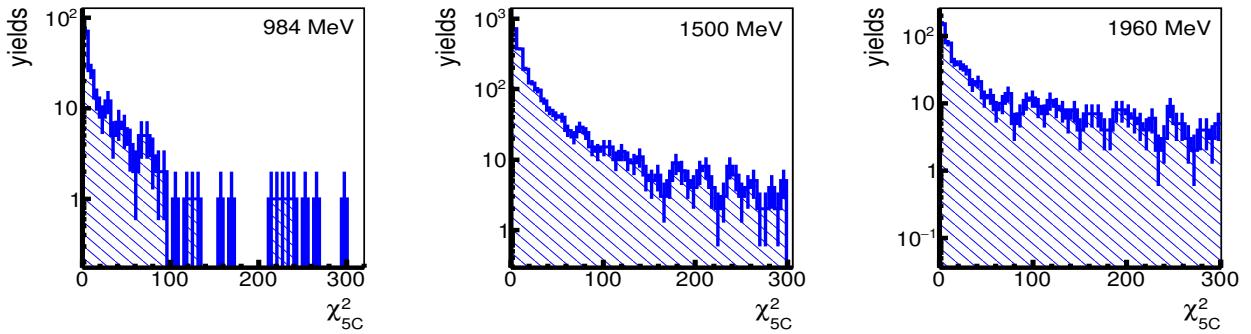


Рис. 2.2 — Распределения по  $\chi_{5C}^2$  при энергиях  $E_{c.m.} = 984, 1500, 1980$  МэВ для экспериментальных событий.

Далее на события первого класса накладывается требование  $\chi_{5C}^2 < 100$  при  $E_{c.m.} > 1070$  МэВ и  $\chi_{5C}^2 < 35$  при  $E_{c.m.} < 1070$  МэВ. Вышеописанным условиям отбора приписывается статус "nominal". Инвариантная масса 3 и 4 фотонов, являвшаяся свободной при кинематической 5С реконструкции, показана на Рис. 2.3 при энергиях  $E_{c.m.} = 984, 1500, 1980$  МэВ, где видны пики вместе с фоновыми подложками. Для событий, участвующих в амплитудном анализе, производится дополнительный отбор, требуя  $\chi_{5C}^2 < 40$  и  $|m_{\gamma 3\gamma 4} - m_{\pi^0}| < 40$  МэВ. Данный набор событий маркируется как "clean" (см. также Рис. 2.3 ).

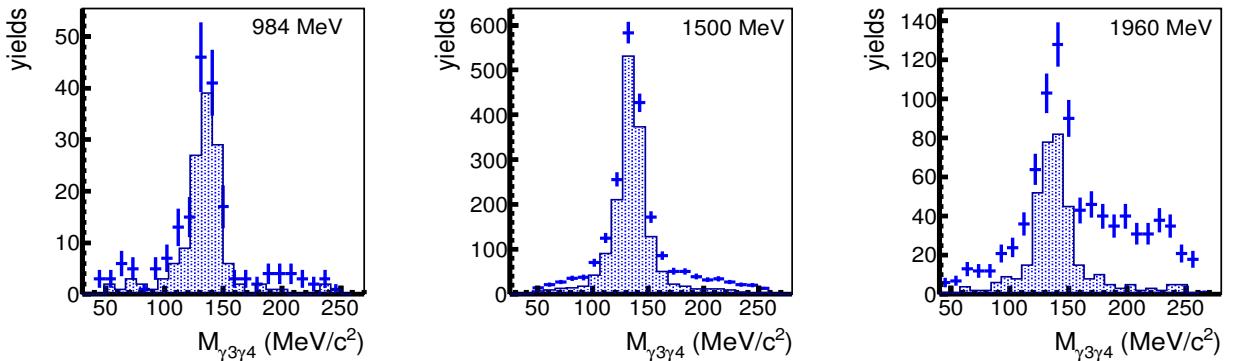


Рис. 2.3 — Распределения по  $m_{\gamma 3\gamma 4}$  при энергиях  $E_{c.m.} = 984, 1500, 1980$  МэВ для экспериментальных событий. Точки с ошибками соответствуют классу событий "nominal", заштрихованная гистограмма - классу "clean" с отключенным требованием  $|m_{\gamma 3\gamma 4} - m_{\pi^0}| < 40$  МэВ.

## 2.2 Отбор сигнальных событий $e^+e^- \rightarrow 2\pi^\pm 2\pi^\mp$

Кроме искомого процесса рождения четырех пионов с двумя нейтральными пионами, в данной работе для амплитудного анализа в целях увеличения его точности используется изотопический связанный процесс, когда все четыре пиона заряженные. Отбор таких событий основан на регистрации двух положительных и двух отрицательных треков с полным импульсом  $|\vec{P}_1 + \vec{P}_2 + \vec{P}_3 + \vec{P}_4|$  меньше 90 МэВ/с, где требования для треков на центральность, полярные углы и ионизационные потери такие же, как было описаны выше в пункте 2.1. В каждом событии требуется наличие ровно четырех центральных треков. Отобранные кандидаты подвергаются кинематической реконструкции с требованием выполнения законов сохранения энергии-импульса. События с  $\chi^2_{4C} < 100$  и  $\Delta E < 90$  МэВ используются в дальнейшем анализе, где  $\Delta E$  - это разница полной реконструированной энергии пионов и  $E_{c.m.}$ .

## 2.3 МС моделирование процессов $e^+e^- \rightarrow \pi^0(p_1)\pi^0(p_2)\pi^+(p_3)\pi^-(p_4)$ и $e^+e^- \rightarrow \pi^+(p_1)\pi^-(p_2)\pi^+(p_3)\pi^-(p_4)$

В первую очередь при генерировании процессов электрон-позитронной аннигиляции в адроны нужно учесть излучение начальными фермионами (ISR). Для разыгрывания энергетических и угловых спектров фотонов используется функция-радиатор  $W(x,s)$  из работы [21]. Спектр энергий сгенерированных фотонов в моделировании при  $E_{c.m.} = 1.5$  ГэВ показан на Рис. 2.4. Разыгрывание адронов удобно производить в системе центра масс электрона и позитрона после излучения ISR.

Матричный элемент электрон-позитронной аннигиляции в адронную систему, может быть представлен в виде свертки лептонного и адронного токов:

$$iM(e^+e^- \rightarrow 4\pi) = L^\alpha H_\alpha \quad (2.1)$$

$$|M|^2(e^+e^- \rightarrow 4\pi) = (L^\alpha H_\alpha) \cdot (L^\beta H_\beta)^* \quad (2.2)$$

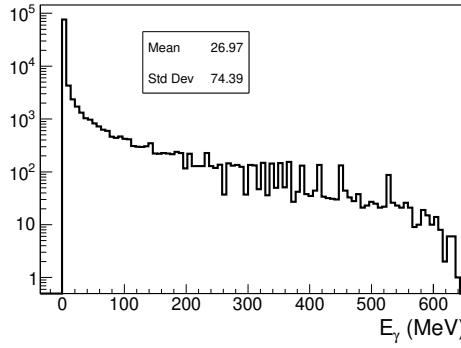


Рис. 2.4 — Спектр энергий сгенерированных фотонов в моделировании при  $E_{c.m.} = 1.5 \text{ ГэВ}$ .

Лептонная часть вычисляется наиболее просто и может быть представлена в виде (массой электрона пренебрежем):

$$L_\alpha = \frac{ie^2}{s} \bar{v}(k_+) \gamma_\alpha \bar{u}(k_-), \quad s = (k_+ + k_-)^2 = (p_1 + p_2 + p_3 + p_4)^2, \quad (2.3)$$

$$L^\alpha L^{\star\beta} = \frac{4\alpha}{s} (k_-^\alpha k_+^\beta + k_-^\beta k_+^\alpha - \frac{s}{2} g^{\alpha\beta}) \quad (2.4)$$

Адронный ток отвечает за происхождение системы из четырех пионов из виртуального фотона посредством адронизации рожденной пары кварков. В результате свертки (2.2) в системе центра масс  $e^+e^-$  останутся лишь поперечные компоненты адронного тока, т. е.

$$|M|^2(e^+e^- \rightarrow 4\pi) = 2 \cdot \alpha \cdot (|H_x|^2 + |H_y|^2) = 2 \cdot \alpha \cdot |\mathbf{H}_\perp|^2 \quad (2.5)$$

Дифференциальное сечение процесса  $e^+e^- \rightarrow 4\pi$  может быть представлено в виде:

$$d\sigma = \frac{(2\pi)^4}{4s} \cdot |M|^2(e^+e^- \rightarrow 4\pi) \cdot \left( \prod_{i=1}^{i=4} \frac{d^3 p_i}{(2\pi)^3 2E_i} \right) \cdot \delta^{(4)}(k_+ + k_- - \sum_{i=1}^{i=4} p_i) \cdot S, \quad (2.6)$$

где  $S$  учитывает тождественность пионов и равен  $1/2$  и  $1/4$  для процессов  $e^+e^- \rightarrow \pi^0(p_1)\pi^0(p_2)\pi^+(p_3)\pi^-(p_4)$  и  $e^+e^- \rightarrow \pi^+(p_1)\pi^-(p_2)\pi^+(p_3)\pi^-(p_4)$ , соответственно. Введем следующее определение адронного тока:

$$H_0^\mu(p_1, p_2, p_3, p_4) = < \pi^0(p_1)\pi^0(p_2)\pi^+(p_3)\pi^-(p_4) | J_{elm}^\mu(0) | 0 >, \quad (2.7)$$

который должен удовлетворять калибровочной инвариантности:

$$q_\mu H_0^\mu(p_1, p_2, p_3, p_4) = 0, \quad (2.8)$$

Бозе симметрии:

$$H_0^\mu(p_1, p_2, p_3, p_4) = H_0^\mu(p_2, p_1, p_3, p_4), \quad (2.9)$$

и быть С-нечетным:

$$H_0^\mu(p_1, p_2, p_3, p_4) = -H_0^\mu(p_1, p_2, p_4, p_3). \quad (2.10)$$

Матричный элемент в заряженной моде может быть записан через (2.7) как:

$$\begin{aligned} H_\mu^\pm(p_1, p_2, p_3, p_4) &= <\pi^+(p_1)\pi^-(p_2)\pi^+(p_3)\pi^-(p_4)|J_{elm}^\mu(0)|0> = \\ &= H_\mu^0(p_1, p_2, p_4, p_3) + H_\mu^0(p_1, p_2, p_4, p_3) + H_\mu^0(p_1, p_2, p_4, p_3) + H_\mu^0(p_1, p_2, p_4, p_3). \end{aligned} \quad (2.11)$$

### Глава 3. Амплитудный анализ процесса $e^+e^- \rightarrow 4\pi$

В рамках модели, предполагающей доминантность двух частичных переходов, рождение системы  $4\pi$  в результате электрон-позитронной аннигиляции может протекать через ряд промежуточных состояний, например:

- $\omega[J^{PC} = 1^{--}] \pi^0[0^{-+}]$  (только  $2\pi^\pm 2\pi^0$ )
- $a_1(1200)[1^+] \pi[0^-]$
- $\rho[1^{--}] f_0(980)[0^{++}]$
- $\rho[1^{--}] \sigma(500)[0^{++}]$
- $\rho[1^{--}] f_2(1270)[2^{++}]$
- $\rho^+[1^-] \rho^-[1^-]$  (только  $2\pi^\pm 2\pi^0$ )
- $a_2(1320)[2^{++}] \pi[0^-]$
- $h_1(1170)[1^{+-}] \pi^0[0^{-+}]$  (только  $2\pi^\pm 2\pi^0$ )
- $\pi(1300)^\pm[0^-] \pi^\mp[0^-]$

Для установления соотношений между амплитудами был выполнен небионизированный многомерный амплитудный анализ. Относительное число событий  $I$  в элемент фазового объема  $\Omega$  равно плотности вероятности данных событий и может быть представлено в следующем виде:

$$dI(\Omega) = \left| \sum_{\alpha} V_{\alpha} \cdot \mathbf{H}_{\alpha\perp}(\Omega) \right|^2 \cdot d\Phi(\Omega), \quad (3.1)$$

где сумма производится по всем промежуточным состояниям,  $V_{\alpha}$  - свободный комплексный множитель перед амплитудой  $\mathbf{H}_{\alpha\perp}(\Omega)$  в заряженном или нейтральном канале,  $d\Phi(\Omega)$  - элемент фазового объема.

Минимизирующую функцию правдоподобия можно представить в виде [23]

$$L = -\log \prod_{i=signal} \frac{dI(\Omega_i)}{\int \varepsilon \cdot dI(\Omega)} \quad (3.2)$$

В основе этой функции лежит пособытийное произведение плотностей вероятности ввиду независимости разных событий,  $\varepsilon$  - эффективность регистрации сигнальных событий. Знаменатель функции правдоподобия извлекается из моделированных событий, разыгранных по фазовому объему ( $|M|^2 = 1$ ), как:

$$\int \varepsilon \cdot dI(\Omega) = \frac{1}{N_{MC}^{gen}} \sum_{rec}^{\text{phase space } MC} \left| \sum_{\alpha} V_{\alpha} \cdot \mathbf{H}_{\alpha\perp}(\Omega) \right|^2 \cdot d\Phi(\Omega) \quad (3.3)$$

Подставив (3.3) и (3.1) в (3.2) минимизируемую функцию можно представить как

$$L = - \left( \sum_{i=signal} \log \left( \left| \sum_{\alpha} V_{\alpha} \cdot \mathbf{H}_{\alpha \perp}(\Omega_i) \right|^2 \right) \right) + N_{signal} \cdot \log \left( \frac{1}{N_{MC}^{gen}} \sum_{rec}^{\text{phase space } MC} \left| \sum_{\alpha} V_{\alpha} \cdot \mathbf{H}_{\alpha \perp}(\Omega) \right|^2 \right), \quad (3.4)$$

$$L = - \left( \sum_{i=signal}^{e^+e^- \rightarrow 2\pi^0\pi^+\pi^-} \ln(F_1(\Omega_i)) + \sum_{i=signal}^{e^+e^- \rightarrow 2\pi^+\pi^-} \ln(F_2(\Omega_i)) \right), \quad (3.5)$$

$$L = - \left( \sum_{i=signal}^{e^+e^- \rightarrow 2\pi^0\pi^+\pi^-} \ln \left( \int S(\Omega, \bar{\Omega}) F_1(\bar{\Omega}_i) d\bar{\Omega} \right) + \sum_{i=signal}^{e^+e^- \rightarrow 2\pi^+\pi^-} \ln \left( \int S(\Omega, \bar{\Omega}) F_2(\bar{\Omega}_i) d\bar{\Omega} \right) \right)$$

где первое слагаемое определяется по экспериментальным событиям, второе - по моделированию. Члены  $\log(d\Phi(\Omega))$  отброшены, так как они не зависят от варьируемых параметров  $V_{\alpha}$ . Отклик детектора учитывается суммированием (3.3) только событий МС, реконструированных и удовлетворяющих условиям отбора. Следует отметить, что вклад амплитуды  $\omega\pi^0$  наглядно демонстрируется в спектре инвариантной массы трех пионов и присутствует во всем диапазоне допустимых энергий, поэтому данная амплитуда была зафиксирована, как  $V_{\omega\pi^0} = 1$ . Массы и центральные значения ширин промежуточных резонансов были фиксированы на значениях из PDG [28], учитывалась также зависимость ширины каждого резонанса от его виртуальности.

Рассмотрим амплитуды основных механизмов, параметризация которых аналогична работе [8]. Для установления изотопических соотношений между различными амплитудами вспомним значения коэффициентов Клебша-Гордана для разложения состояний  $|LM\rangle$  с моментом L и проекцией M:

$$\begin{aligned} |0,0\rangle &= \frac{1}{\sqrt{3}}|1,1\rangle|1,-1\rangle - \frac{1}{\sqrt{3}}|1,0\rangle|1,0\rangle + \frac{1}{\sqrt{3}}|1,-1\rangle|1,1\rangle \quad (3.6) \\ |2,0\rangle &= \frac{1}{\sqrt{6}}|1,1\rangle|1,-1\rangle + \frac{2}{\sqrt{3}}|1,0\rangle|1,0\rangle + \frac{1}{\sqrt{6}}|1,-1\rangle|1,1\rangle \\ |1,0\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}|1,1\rangle|1,-1\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}}|1,-1\rangle|1,1\rangle \\ |1,-1\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}|1,0\rangle|1,-1\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}}|1,-1\rangle|1,0\rangle \\ |1,1\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}|1,0\rangle|1,1\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}}|1,1\rangle|1,0\rangle \end{aligned}$$

Из выражений (3.6) видно, что переходы  $a_1^0 \rightarrow \rho^0\pi^0$ ,  $\rho'^0 \rightarrow a_1^0\pi^0$ ,  $\rho^0 \rightarrow \pi^0\pi^0$  запрещены, как минимум, изотопически. Известно, что G-четность пиона равна -1, что определяет суммарную G-четность системы из четырех пионов как +1. Таким образом, в приближении сохранения изоспина, в промежуточном состоянии между виртуальным фотоном и конечной системой находится изовекторное состояние с квантовыми числами фотона, например,  $\rho(770)$ ,  $\rho(1450)$ ,  $\rho(1700)$  и т.д.. Отсюда следует, что с точки зрения изоспиновых компонент волновых функций, мы имеем дело со следующими переходами:

$$|1,0\rangle \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}|1,1\rangle |1,-1\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}}|1,-1\rangle |1,1\rangle \quad (3.7)$$

$$|1,0\rangle \rightarrow |1,0\rangle |0,0\rangle \quad (3.8)$$

Примером перехода первого типа могут служить амплитуды  $\rho' \rightarrow a_1\pi$ ,  $\rho' \rightarrow \rho^+\rho^-$ ,  $\rho' \rightarrow a_2\pi$ . К переходам второго типа относятся процессы  $\rho' \rightarrow \rho f_0$ ,  $\rho' \rightarrow \rho\sigma$ ,  $\rho' \rightarrow \omega\pi^0$  и др. Изоструктурой амплитуды процесса (3.7) служит выражение:

$$T(1 \rightarrow 2 + 3) = \epsilon^{abc} \phi_1^a \phi_2^b \phi_3^c, \quad (3.9)$$

где  $\epsilon^{abc}$  - антисимметричный тензор, a, b и c - изоспиновые индексы волновых функций частиц. Изоструктура перехода изовектора в систему с изовектором и изоскаляром (3.8) состоит в свертке по мультиплету, т.е.:

$$T(1 \rightarrow 2 + 3) = \delta^{ab} \phi_1^a \phi_2^b, \quad (3.10)$$

где  $\delta^{ab}$  - символ Кронекера.

### 3.1 Процесс $e^+e^- \rightarrow \rho' \rightarrow \omega\pi^0 \rightarrow \rho\pi\pi^0$

Матричный элемент перехода  $\rho' \rightarrow \omega(W)\pi(k)$  можно представить в виде:

$$T(\rho'\omega\pi) = g_{\rho'\omega\pi} \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} \rho'_\mu W_\nu \omega^\star_\rho k_\sigma \delta^{ab} \phi_\pi^{\star a} \phi_{\rho'}^b, \quad (3.11)$$

где  $g_{\rho'\omega\pi}$  - комплексная константа связи перехода, являющаяся функцией квадрата импульса  $\rho'$ ,  $\epsilon_{\mu\nu\rho\sigma}$  - полностью антисимметричный тензор Леви-Чевита, использованный здесь для сохранения Р-четности,  $\rho'_\mu$ ,  $\omega_\rho$  - вектора поляризации  $\rho'$  и  $\omega$ -мезонов, соответственно,  $\phi_\pi^a$ ,  $\phi_{\rho'}^b$  - изоспиновые волновые функции  $\pi$

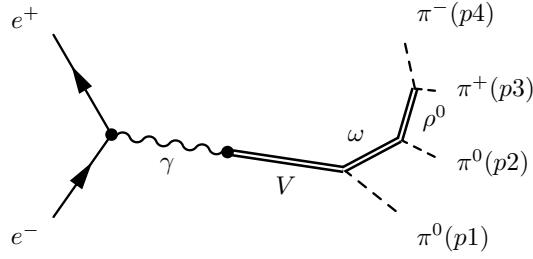


Рис. 3.1 — Диаграмма процесса  $e^+e^- \rightarrow \omega\pi^0 \rightarrow 4\pi$ .

и  $\rho'$ -мезонов, соответственно. Главным механизмом распада  $\omega$  мезона являются переходы  $\omega \rightarrow \rho^+\pi^-$ ,  $\omega \rightarrow \rho^-\pi^+$  и  $\omega \rightarrow \rho^0\pi^0$ , амплитуды которых выглядят подобно (3.11).

Процесс  $\rho' \rightarrow \omega(W)\pi^0(p_1) \rightarrow \rho\pi^0(p_2)\pi^0(p_1) \rightarrow \pi^0(p_1)\pi^0(p_2)\pi^+(p_3)\pi^-(p_4)$ , представленного на Рис. 3.1, можно представить в следующем виде:

$$h_{\omega\pi^0} = \frac{1}{D_\omega(W^2)D_\rho((p_3+p_4)^2)} \left( 2\sqrt{s}W^2(\epsilon_4 p_3 - \epsilon_3 p_4) + \sqrt{s}(W \cdot k) \left( \epsilon_2(p_4 - p_3) + \epsilon_3(p_2 + 2p_4) - \epsilon_4(p_2 + 2p_3) \right) + \sqrt{s} \left( W \cdot (p_3 - p_4) \right) \left( \epsilon_2 p_3 + \epsilon_2 p_4 - \epsilon_3 p_2 - \epsilon_4 p_2 \right) \right), \quad (3.12)$$

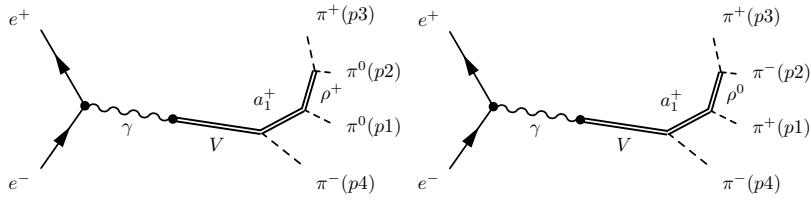
где  $D_M(k)$  - обратный пропагатор частицы М. Полный матричный элемент канала с  $\omega$ -мезоном может быть представлен как:

$$H_{\omega\pi^0}^0(p_1, p_2, p_3, p_4) = -h_{\omega\pi^0}(p_1, p_2, p_3, p_4) + h_{\omega\pi^0}(p_1, p_4, p_3, p_2) + h_{\omega\pi^0}(p_1, p_3, p_2, p_4) + (p_1 \longleftrightarrow p_2). \quad (3.13)$$

### 3.2 Процесс $e^+e^- \rightarrow \rho' \rightarrow a_1\pi \rightarrow \rho\pi\pi$

Амплитуду перехода  $\rho'(P) \rightarrow a_1(W)\pi$  можно представить в виде:

$$T(\rho' a_1 \pi) = g_{\rho' a_1 \pi} (P_\mu \rho'_\nu - P_\nu \rho'_\mu) W_\mu a_{1\nu}^\star \cdot \epsilon^{abc} \phi_{\rho'}^a \phi_{a_1}^{*b} \phi_\pi^{*c}, \quad (3.14)$$

Рис. 3.2 — Диаграмма процесса  $e^+e^- \rightarrow a_1\pi \rightarrow \rho\pi\pi \rightarrow 4\pi$ .

Процесс  $\rho' \rightarrow a_1^+(W)\pi^-(p_4) \rightarrow \rho(k)\pi^0(p_1)\pi^-(p_4)$ , представленного на Рис. 3.2, можно представить в следующем виде:

$$h_{a_1(\rho\pi)\pi} = \frac{1}{D_{a1}(W^2)D_\rho(k^2)} \left( W \left( P \cdot k \right) \left( W \cdot (p_3 - p_2) \right) + (p_3 - p_2) \left( P \cdot W \right) \left( W \cdot k \right) + W \left( P \cdot (p_3 - p_2) \right) \left( W \cdot k \right) + k \left( W \cdot (p_3 - p_2) \right) \left( P \cdot W \right) \right). \quad (3.15)$$

Полный матричный элемент  $\rho' \rightarrow a_1^+\pi^- \rightarrow \rho^+\pi^0\pi^- \rightarrow 2\pi^0\pi^+\pi^-$  и  $e^+e^- \rightarrow a_1^-\pi^+ \rightarrow \rho^-\pi^0\pi^+ \rightarrow 2\pi^0\pi^+\pi^-$  может быть представлен как:

$$H_{a_1(\rho\pi)\pi}^0(p_1, p_2, p_3, p_4) = h_{a_1(\rho\pi)\pi}(p_1, p_2, p_3, p_4) - h_{a_1(\rho\pi)\pi}(p_1, p_2, p_4, p_3) + (p_1 \leftrightarrow p_2). \quad (3.16)$$

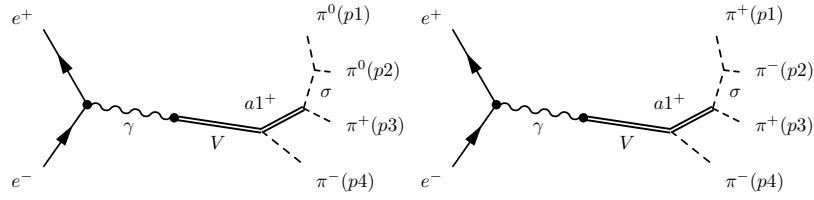
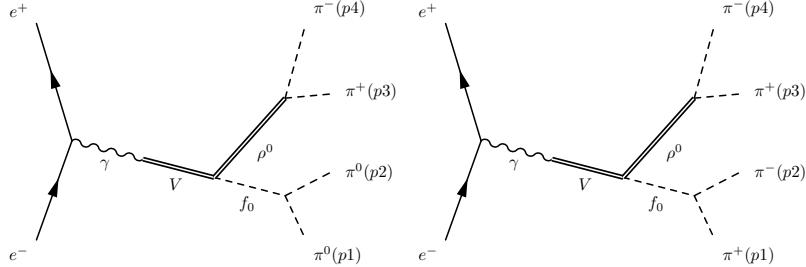
Нужно отметить, что в заряженной моде, в отличие от нейтральной, в данном канале рождаются нейтральные  $\rho$ -мезоны, а именно:  $\rho' \rightarrow a_1^+\pi^- \rightarrow \rho^0\pi^+\pi^- \rightarrow 2\pi^-2\pi^+$  и  $e^+e^- \rightarrow a_1^-\pi^+ \rightarrow \rho^0\pi^-\pi^+ \rightarrow 2\pi^-2\pi^+$ .

### 3.3 Процесс $e^+e^- \rightarrow \rho' \rightarrow a_1\pi \rightarrow \sigma\pi\pi$

Амплитуду перехода  $a_1(W) \rightarrow \sigma(k)\pi(p)$  можно представить в виде:

$$T(a_1\sigma\pi) = g_{a_1\sigma\pi} \cdot (W_\mu a_{1\nu} - W_\nu a_{1\mu}) k_\mu p_\nu \cdot \delta^{ab} \phi_{a_1}^a \phi_\pi^{*b}. \quad (3.17)$$

Используя (3.17) и (3.14), матричный элемент перехода  $\rho' \rightarrow a_1^+(W)\pi^-(p_4) \rightarrow \sigma(k)\pi^+(p_1)\pi^-(p_4)$ , представленного на Рис. 3.3, можно записать как:

Рис. 3.3 — Диаграмма процесса  $e^+e^- \rightarrow a_1\pi \rightarrow \sigma\pi\pi \rightarrow 4\pi$ .Рис. 3.4 — Диаграмма процесса  $e^+e^- \rightarrow \rho^0(k)f_0(W) \rightarrow 4\pi$ .

$$h_{a_1(\sigma\pi)\pi} = \frac{1}{D_{a_1}(W^2)D_\sigma(k^2)} \left( p_3 \left( P \cdot W \right) \left( k \cdot W \right) - k \left( P \cdot W \right) \left( p_3 \cdot W \right) (3.18) \right. \\ \left. - W \left( P \cdot p_3 \right) \left( k \cdot W \right) + W \left( p_3 \cdot W \right) \left( P \cdot k \right) \right).$$

$$H_{a_1(\sigma\pi)\pi}^0(p_1, p_2, p_3, p_4) = h_{a_1(\sigma\pi)\pi}(p_1, p_2, p_3, p_4) - h_{a_1(\sigma\pi)\pi}(p_1, p_2, p_4, p_3). \quad (3.19)$$

### 3.4 Процесс $e^+e^- \rightarrow \rho' \rightarrow \rho f_0(980)(\sigma(600))$

Амплитуду перехода  $\rho'(P) \rightarrow \rho^0(k)f_0$  можно представить в виде:

$$T(\rho' \rho f_0) = g_{\rho' \rho f_0} \cdot (P_\mu \rho'_\nu - P_\nu \rho'_\mu) \cdot k_\mu \rho^\star_\nu \cdot \delta^{ab} \phi_{\rho'}^a \phi_{\rho}^{*b}. \quad (3.20)$$

Матричный элемент перехода  $\rho' \rightarrow \rho^0(k)f_0(W) \rightarrow 4\pi$ , представленного на Рис. 3.4, можно представить в следующем виде:

$$h_{\rho f_0} = \frac{1}{D_{\rho^0}(k^2)D_{f_0}(W^2)} \left( (p_3 - p_4) \cdot (Pk) - k \cdot (Pp_3 - Pp_4) \right) \quad (3.21)$$

$$H_{\rho f_0}^0 = h_{\rho f_0}(p_1, p_2, p_3, p_4) \quad (3.22)$$

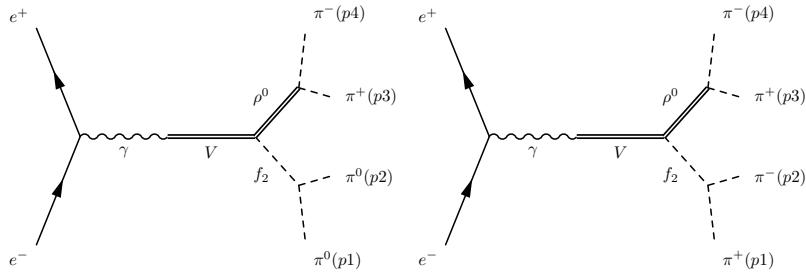


Рис. 3.5 – Диаграмма процесса  $e^+e^- \rightarrow \rho^0(k)f_2(W) \rightarrow 4\pi$ .

### 3.5 Процесс $e^+e^- \rightarrow \rho' \rightarrow \rho f_2(1270)$

Амплитуду перехода  $\rho'(P) \rightarrow \rho^0(k)f_2(W)$  (см. Рис. 3.5) с минимальным набором импульсов можно представить в виде:

$$T(\rho'\rho f_2) = g_{\rho'\rho f_2} \cdot \rho'_\alpha \rho^\star_\beta \cdot \omega_{\alpha\beta}^\star \cdot \delta^{ab} \phi_{\rho'}^a \phi_\rho^{*b}, \quad (3.23)$$

где  $\omega_{\alpha\beta}^\star$  - тензор поляризации  $f_2$ -мезона. Распад  $f_2$ -мезона на два пиона можно представить в виде  $T(f_2\pi\pi) = g \cdot \omega_{\alpha\beta} p_{1\alpha} p_{2\beta} \delta^{ab} \phi_{\pi 1}^{\star a} \phi_{\pi 2}^{\star b}$ . Сумму по поляризациям промежуточного  $f_2$  определяется как:

$$\begin{aligned} \sum_\lambda \omega_{\alpha\beta}^\star \omega_{\mu\nu} &= \frac{1}{2} \left( (g_{\mu\alpha} - \frac{Q_\mu Q_\alpha}{M_Q^2})(g_{\nu\beta} - \frac{Q_\nu Q_\beta}{M_Q^2}) \right. \\ &\quad \left. + (g_{\nu\alpha} - \frac{Q_\nu Q_\alpha}{M_Q^2})(g_{\mu\beta} - \frac{Q_\mu Q_\beta}{M_Q^2}) \right) - \frac{1}{3} (g_{\mu\nu} - \frac{Q_\mu Q_\nu}{M_Q^2})(g_{\alpha\beta} - \frac{Q_\alpha Q_\beta}{M_Q^2}) \end{aligned} \quad (3.24)$$

Полный вид записи  $H_{\rho f_2}^0$  можно найти в работе [8].

Как видно из вышеприведенных амплитуд  $\rho\sigma$ ,  $\rho f_0$  и  $\rho f_2$ , пик от  $\rho$ -мезона в нейтральной моде должен наблюдаться в спектре масс  $\pi^+\pi^-$ , а пик от  $f_0(980)(\sigma(600))$  и  $f_2(1270)$ -мезонов - в спектре масс  $\pi^0\pi^0$ . Напротив, в заряженной моде оба типа промежуточных состояний -  $\rho$  и  $f_0(980)(\sigma(600)), f_2(1270)$  должны проявляться в спектре масс  $\pi^+\pi^-$ .

### 3.6 Процесс $e^+e^- \rightarrow \rho' \rightarrow \rho^+\rho^-$

Амплитуду перехода  $\rho'(P) \rightarrow \rho^+(k)\rho^-(W)$  (см. Рис. 3.6) можно представить в виде суммы трех выражений:

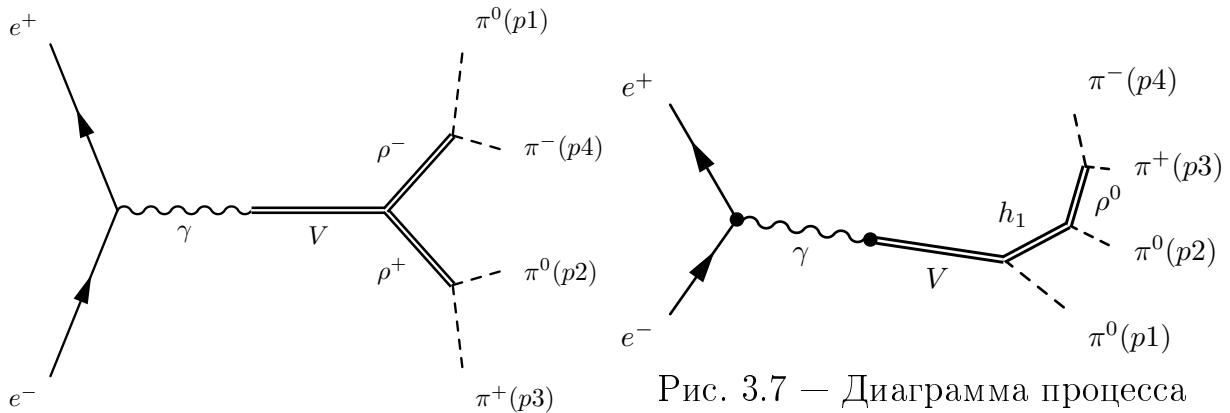


Рис. 3.6 — Диаграмма процесса

$$e^+e^- \rightarrow \rho^+\rho^- \rightarrow 4\pi.$$

Рис. 3.7 — Диаграмма процесса  
 $e^+e^- \rightarrow h_1\pi^0 \rightarrow 4\pi.$ 

$$T(\rho'\rho^+\rho^-) = \left( g_{1\rho'\rho^+\rho^-} \cdot \rho'_\mu Q_\mu \rho_\alpha^{+\star} \rho_\alpha^{-\star} + g_{2\rho'\rho^+\rho^-} \cdot \rho'_\mu Q_\mu \rho_\alpha^{+\star} Q_\alpha \rho_\beta^{-\star} Q_\beta + g_{3\rho'\rho^+\rho^-} \cdot (\rho'_\mu \rho_\mu^{+\star} Q_\alpha \rho_\alpha^{-\star} + \rho'_\mu \rho_\mu^{-\star} Q_\alpha \rho_\alpha^{+\star}) \right) \cdot \epsilon^{abc} \phi_{\rho'}^a \phi_{\rho^+}^b \phi_{\rho^-}^c, \quad (3.25)$$

где  $Q = k - W$ ,  $P = k + W$ . В данном анализе предварительно варьировались все три слагаемых данной амплитуды, однако в процессе минимизации было выяснено, что доминирующий вклад имеет амплитуда с  $g_{3\rho'\rho^+\rho^-}$ , поэтому только она и была оставлена в амплитудном анализе.

### 3.7 Процесс $e^+e^- \rightarrow \rho' \rightarrow h_1(1170)\pi^0$

$h_1(1170)$ -мезон является псевдовектором с квантовыми числами  $I^G(J^{PC}) = 0^-(1^{+-})$ . Амплитуду перехода  $\rho'(P) \rightarrow h_1(W)\pi^0$  (см. Рис. 3.6) можно представить в виде:

$$T(\rho'h_1\pi^0) = g_{\rho'h_1\pi^0} \cdot (P_\mu \rho'_\nu - P_\nu \rho'_\mu) h_{1\mu}^\star W_\nu \cdot \delta^{ab} \phi_{\rho'}^a \phi_\pi^{b\star}, \quad (3.26)$$

где  $h_{1\mu}$  - вектор поляризации  $h_1(1170)$ -мезона. Распад  $h_1$ -мезона также описывается кросс-инвертированной амплитудой (3.26). Его изоспин равен 0, как у  $\omega$ -мезона, с возможными распадами  $h_1 \rightarrow \rho^0\pi^0$ ,  $h_1 \rightarrow \rho^+\pi^-$ ,  $h_1 \rightarrow \rho^-\pi^+$ .

### 3.8 Проверка корректности амплитудного анализа

Возможные неопределенности АА можно разделить на несколько подтипов:

- Некорректный учет радиационных поправок. Описанная выше методика АА предполагает отсутствие радиационных фотонов, что не выполняется для экспериментальных данных;
- Отклик детектора, который также не учитывается при минимизации функции правдоподобия, описанной выше;
- Некорректное моделирование эффективностей реконструкции частиц;
- Модельная неопределенность параметризации различных промежуточных механизмов.

Первые два эффекта могут быть изучены с помощью моделирования. Для этой цели намоделированы наборы событий (TOY) при различных энергиях. Соотношения между амплитудами примерно соответствовали значениям, впоследствии извлеченным из экспериментальных данных. TOY события были изучены с помощью той же методики, которая применялась для анализа эксперимента.

### 3.9 Результаты амплитудного анализа

На Рис. 3.8 приведено сравнение построенной модели с экспериментальными данными для процесса  $e^+e^- \rightarrow \pi^0\pi^0\pi^+\pi^-$  в разных диапазонах энергий. Экспериментальные данные на рисунке показаны заштрихованной гистограммой, моделирование - точками с ошибками. Пик в спектре масс трех пионов  $m_{\pi^+\pi^-\pi^0}$  соответствует  $\omega$ -мезону, в спектре  $m_{\pi^+\pi^-}$  -  $\rho^0$ -мезону, в спектре  $m_{\pi^0\pi^0}$  -  $f_0(980)$ -мезону и пик в спектре  $m_{\pi^\pm\pi^0}$  -  $\rho^\pm$ -мезону. Другие промежуточные резонансы широки и не видны глазом. Из сравнения видно, что заряженный  $\rho^\pm$ -мезон присутствует во всех диапазонах энергий, относительный вклад амплитуды  $\omega\pi^0$  уменьшается с ростом энергии, в то время как рост вклада  $\rho f_0(980)$  при высоких энергиях меняется на его спад.

На Рис. 3.9 приведено сравнение построенной модели с экспериментальными данными для процесса  $e^+e^- \rightarrow 2\pi^+2\pi^-$  в тех же диапазонах энергий, что и на Рис. 3.8. Левые спектры на рисунке соответствуют сравнению квадратов матричных элементов, пособытийно вычисленных по формулам (2.5) и (2.11). На спектрах масс невооруженным взглядом виден только один промежуточный резонанс -  $\rho^0$ -мезон в инвариантной массе  $\pi^+\pi^-$ . Однако, если приглядеться, то в том же спектре  $\pi^+\pi^-$  можно увидеть плечо при  $m_{\pi^+\pi^-} \approx 1$  ГэВ, что соответствует вкладу  $f_0(980)$ -мезона.

Используя построенную модель процесса рождения четырех пионов, было определено сечение процесса  $\sigma(e^+e^- \rightarrow 2\pi^0\pi^+\pi^-)$ , о чём будет рассказано в следующей главе. Данное сечение показано на Рис. 3.10 точками с ошибками. Вклады различных компонент матричного элемента в полное сечение определяются следующим образом:

$$R_i(s) = \frac{\int |V_i \cdot \mathbf{H}_{i\perp}(\Omega)|^2 d\Phi}{\int |\sum_{\beta} V_{\beta} \mathbf{H}_{\beta\perp}(\Omega)|^2 d\Phi} \cdot \sigma_{2\pi^0\pi^+\pi^-}(s), \quad (3.27)$$

и также приведены на Рис. 3.10, где показаны только статистические ошибки. При  $\sqrt{s} < 1.4$  ГэВ амплитуды  $\rho f_2(1270)$ ,  $\rho^+\rho^-$ ,  $h_1(1170)\pi$  зафиксированы на нуле. На рисунке две амплитуды  $\rho\sigma(600)$  и  $\rho f_0(980)$  объединены в один вклад, также как и  $a_1(\rho\pi)\pi$  и  $a_1(\sigma\pi)\pi$ . Видно, что доминирующими промежуточными состояниями являются процессы  $e^+e^- \rightarrow \omega\pi^0$  и  $e^+e^- \rightarrow a_1\pi$ , однако вклад других процессов  $e^+e^- \rightarrow \rho f_0(980) + \rho\sigma(600) + \rho f_2(1270) + \rho^+\rho^- + h_1(1170)\pi$  является статистически значимым. В работе также тестировались амплитуды  $a_2(1320)\pi$  и  $\pi(1300)\pi$ , однако их вклады были найдены пренебрежимыми. Любопытным является наблюдение двухгорбового поведения от энергии сечения  $e^+e^- \rightarrow a_1\pi \rightarrow 2\pi^0\pi^+\pi^-$ , что пока не наблюдалось в других экспериментах. Однако для достоверного утверждения такой структуры необходим детальный анализ модельной неопределенности амплитудного анализа, что выходит за рамки данной работы. Кроме модулей амплитуд варьировались также и их фазы, которые приведены на Рис. 3.11. Значения некоторых фаз были зафиксированы, ввиду недостатка статистических данных.

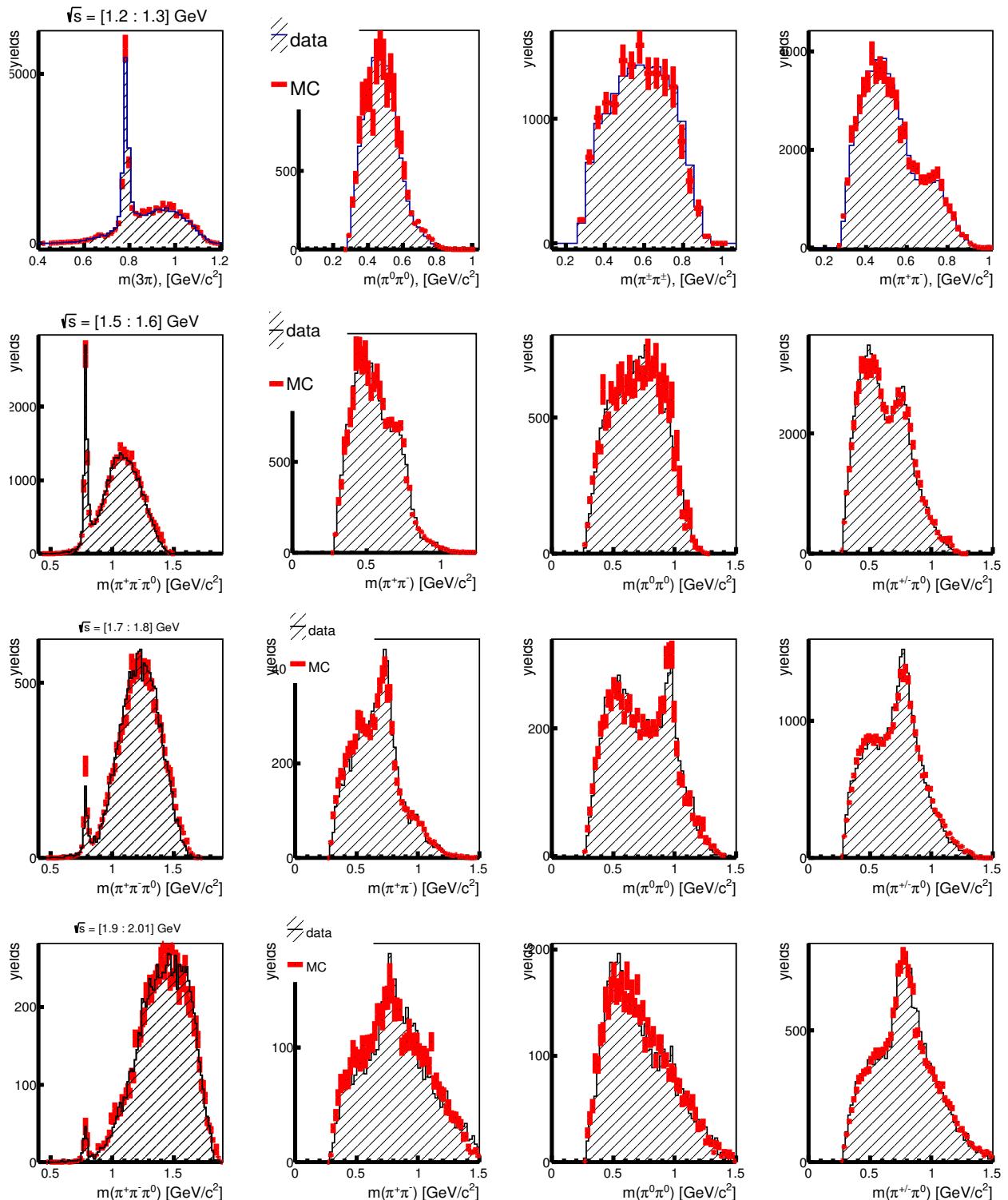


Рис. 3.8 – data-MC сравнение инвариантных масс  $\pi^+\pi^-\pi^0$ ,  $\pi^+\pi^-$ ,  $\pi^0\pi^0$  и  $\pi^\pm\pi^0$  для процесса  $e^+e^- \rightarrow \pi^0\pi^0\pi^+\pi^-$  в диапазонах энергий  $\sqrt{s} = 1.2 \div 1.3$  ГэВ (сверху),  $\sqrt{s} = 1.5 \div 1.6$  ГэВ (второй сверху),  $\sqrt{s} = 1.8 \div 1.9$  ГэВ (второй снизу) и  $\sqrt{s} = 1.9 \div 2.01$  ГэВ (снизу).

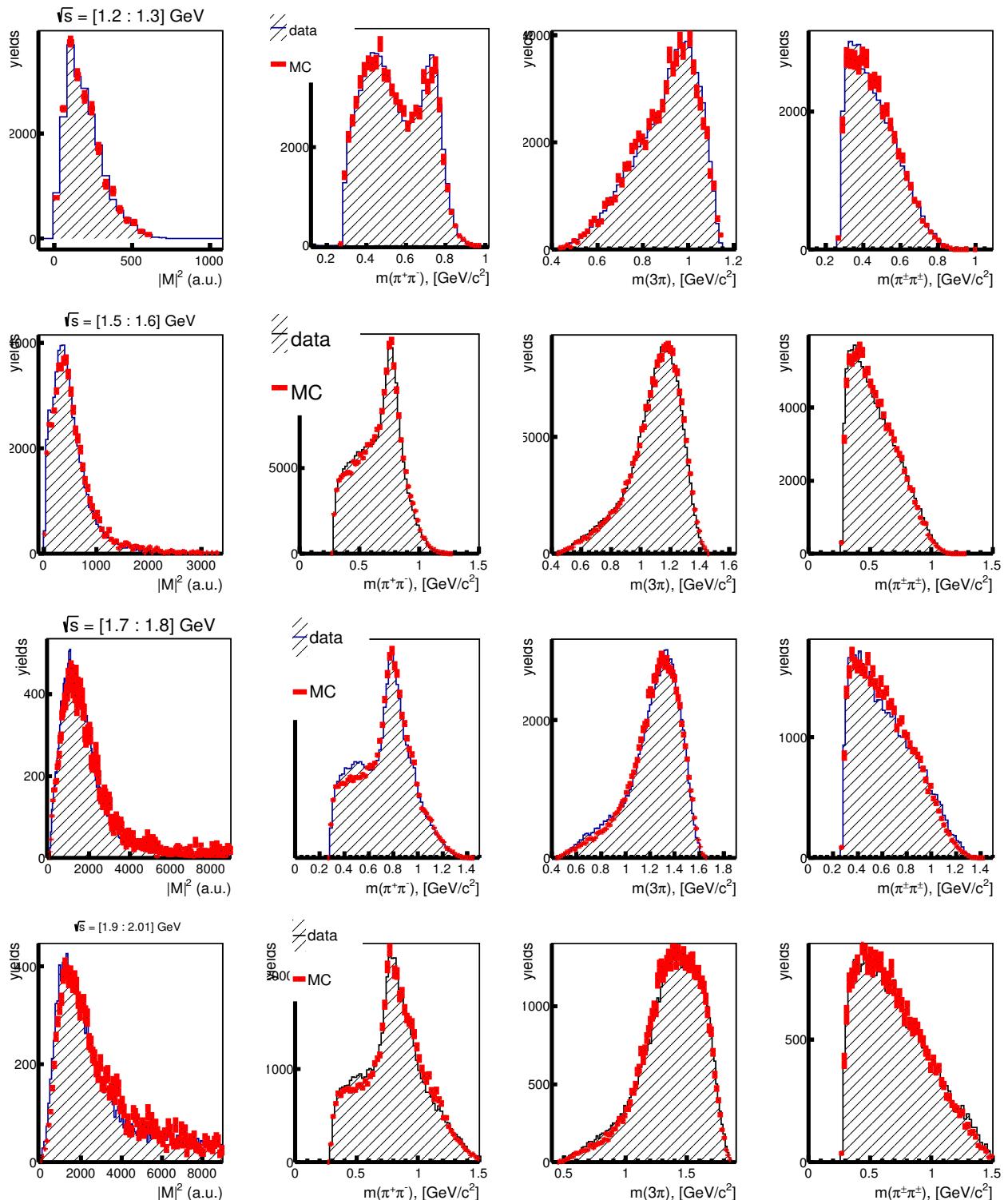


Рис. 3.9 – data-MC сравнение квадратов матричных элементов  $|M|^2$  и инвариантных масс  $\pi^+\pi^-$ ,  $2\pi^\pm\pi^\mp$  и  $\pi^\pm\pi^\pm$  для процесса  $e^+e^- \rightarrow 2\pi^+2\pi^-$  в диапазонах энергий  $\sqrt{s} = 1.2 \div 1.3 \text{ ГэВ}$  (сверху),  $\sqrt{s} = 1.5 \div 1.6 \text{ ГэВ}$  (второй сверху),  $\sqrt{s} = 1.8 \div 1.9 \text{ ГэВ}$  (второй снизу) и  $\sqrt{s} = 1.9 \div 2.01 \text{ ГэВ}$  (снизу).

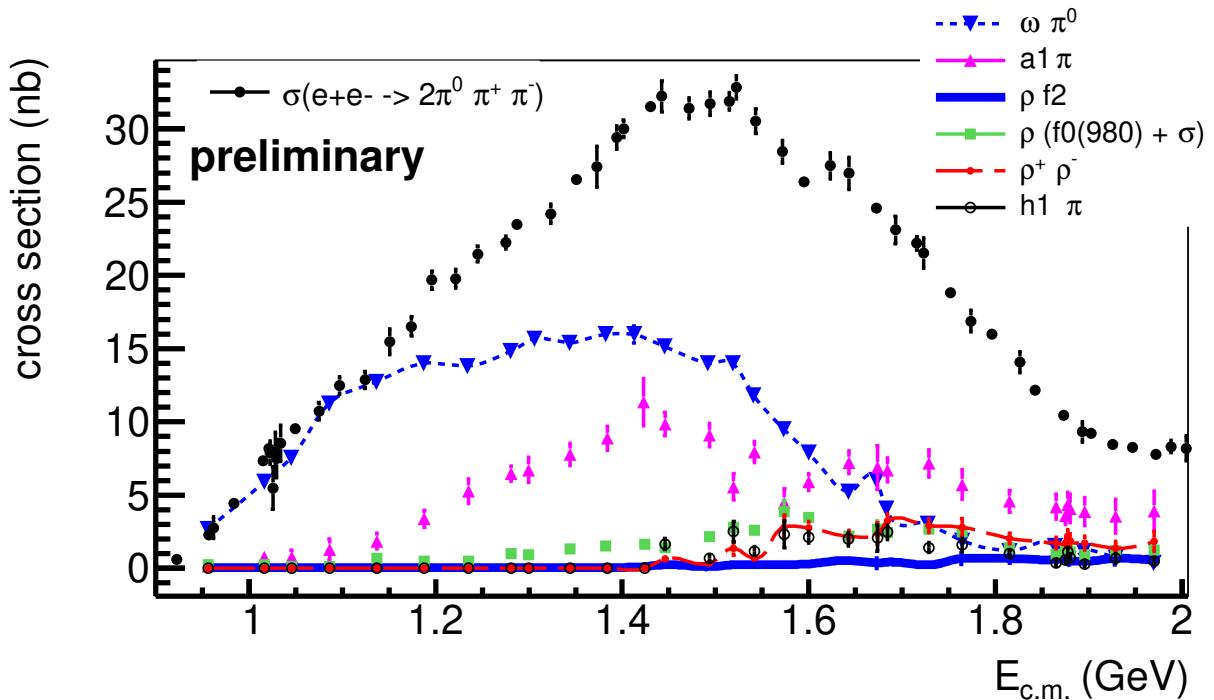


Рис. 3.10 — Значения сечений различных компонент матричного элемента  $R_i$  (см.( 3.27)). Полное сечение процесса  $e^+e^- \rightarrow \pi^0\pi^0\pi^+\pi^-$ , измеренное в данной работе (точки с ошибками).

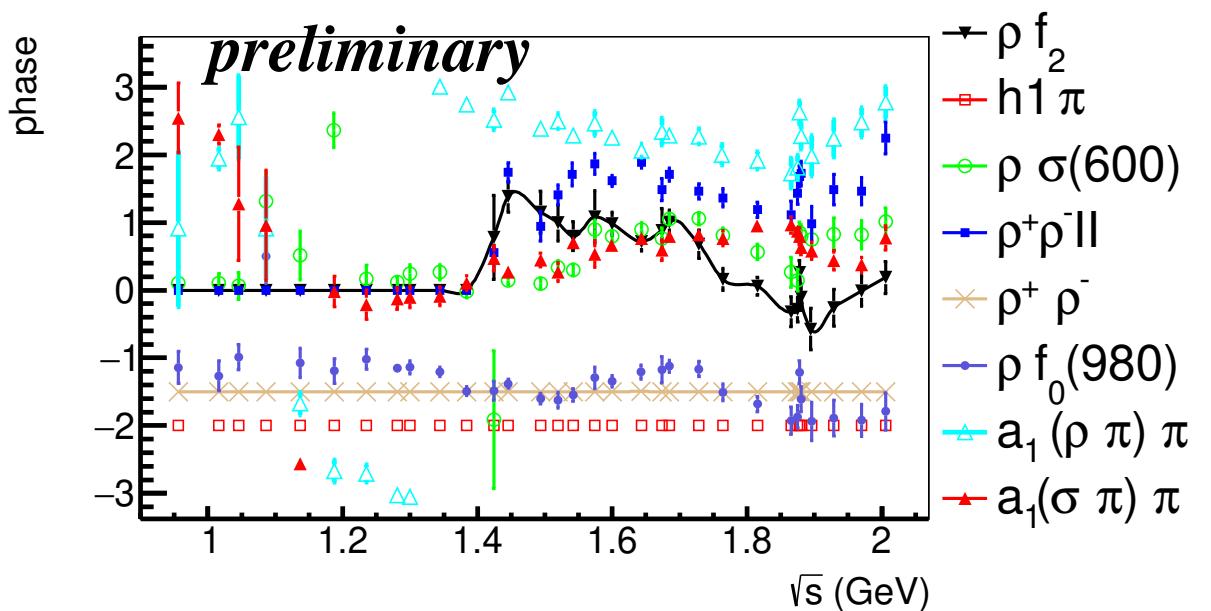


Рис. 3.11 — Значения фаз различных компонент матричного элемента.

## Глава 4. Сечение процесса $e^+e^- \rightarrow 2\pi^0\pi^+\pi^-$

Определив полную амплитуду процесса рождения четырех пионов, был написан C++ код МС генератора, позволяющего определять эффективность реконструкции набора сигнальных событий, который используется для определения величин сечения. Однако, кроме правильных угловых и импульсных распределений необходимо, чтобы МС моделирование корректно воспроизвело отклик детектора. Для изучения последнего вопроса в пункте 2.1 были определены три перекрывающихся класса событий, когда задетектированы все пионы, все нейтральные и хотя бы один заряженный, все заряженные и хотя бы один нейтральный  $\pi$ -мезон. Первый класс событий является наиболее безфоновым, однако имеет наименьшую эффективность регистрации, второй и третий классы - наоборот. Профили спектров фоновых реакций были определены с помощью генератора многоадронных событий GenHad [26], который включает в себя более 30 различных многоадронных процессов и учитывает ISR.

### 4.1 Эффективность реконструкции нейтральных пионов

Эффективность реконструкции нейтральных (заряженных) пионов  $\varepsilon_{\pi^0}(\varepsilon_{\pi^\pm})$  не моделируется абсолютно корректным образом и, поэтому, должна извлекаться из эксперимента. Для этого тагируются (помечаются) сигнальные тестовые события, ориентируясь только на два заряженных пиона и один нейтральный пion, после чего в наборе тестовых событий определяется вероятность реконструкции  $\pi^0$ -мезона ( $\epsilon_{\pi^0}$ ) как в эксперименте, так и в моделировании. Для отбора тестовых событий требуется наличие ровно 2-х центральных треков - кандидатов в  $\pi^\pm$  и меньше 7 реконструированных фотонов с энергией больше 20 МэВ. Далее производится перебор всех пар фотонов, удовлетворяющих условиям кандидатов в  $\pi^0$  (см. пункт 2.1), с улетевшей массой  $|m(P_{c.m.} - P_{tr1} - P_{tr2} - P_{\gamma 1} - P_{\gamma 2}) - m_{\pi^0}| < 130 \text{ MeV}/c^2$ . Для каждой пары производится кинематическая реконструкция (1C) с требованием равенства улетевшей массы массе  $\pi^0$ :  $m(P_{c.m.} - P_{tr1} - P_{tr2} - P_{\gamma 1} - P_{\gamma 2}) \equiv m_{\pi^0}$ . Если инвариантная масса после реконструкции  $|m_{\gamma 1\gamma 2} - m_{\pi^0}| > 55 \text{ MeV}/c^2$ , то

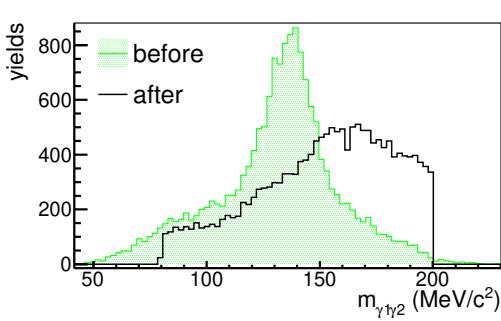


Рис. 4.1 — Инвариантная масса пары фотонов для фоновых событий в моделировании, отобранных без идентификации 2-го  $\pi^0$ -мезона.

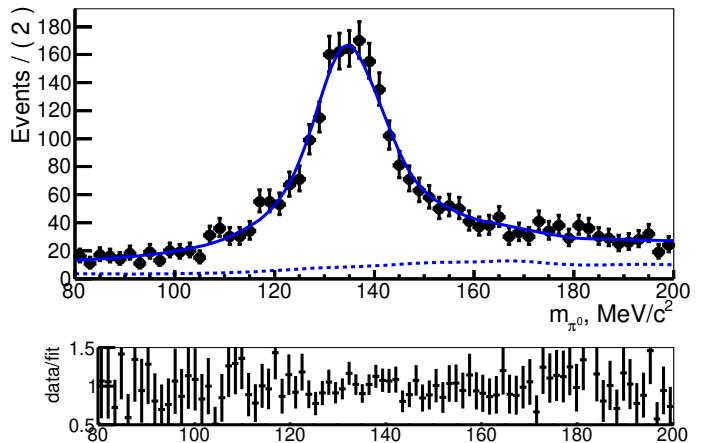


Рис. 4.2 — Фит инвариантной массы пары фотонов для экспериментальных данных при  $E_{c.m.} = 1.775 \text{ ГэВ}/c^2$ .

данная комбинация пропускается. Количество сигнальных тестовых событий определяется путем аппроксимации спектра инвариантной массы отобранных фотонов  $m_{\gamma\gamma 2}$ . Такой спектр в диапазоне энергий  $1.7 < E_{c.m.} < 1.8 \text{ ГэВ}/c^2$  для объединенного набора фоновых событий показан на Рис. 4.1, где заштрихованная гистограмма соответствует задетектированным параметрам фотонов, а открытая гистограмма - фотонам после кинематической реконструкции. Из рисунка видно, что пикованный профиль, происходящий из фоновых процессов с  $\pi^0$ -мезонами, становится значительно менее пикованным (т.е. более отличным от сигнального спектра) после кинематической реконструкции. Пример фита инвариантной массы пары фотонов для экспериментальных данных при  $E_{c.m.} = 1.775 \text{ ГэВ}$  показан на Рис. 4.2 сплошной линией, где пунктирной линией показан вклад фона. В нижней части рисунка показано отношение экспериментальных данных и линии фита. Профиль сигнального спектра извлекался из моделирования  $e^+e^- \rightarrow 2\pi^0\pi^+\pi^-$ . Показанный фит включает три свободных параметра: вклад фоновых событий, общая сдвигка спектра, как целого, ( $\delta m$ ) и параметр, описывающий дополнительный разброс массы ( $\sigma_m$ ). Характерные значения  $\delta m = -0.5 \div -2.5 \text{ МэВ}/c^2$  и  $\sigma_m = 0 \div 8 \text{ МэВ}/c^2$ . После определения числа сигнальных тестовых событий ( $N_{tagg1}$ ), в этом наборе производится поиск подмножества событий ( $N_{tagg1+\pi^0}$ ), когда задетектирован второй нейтральный пион и событие удовлетворяет отборам в первый класс событий, который определен в пункте 2.1. Число событий  $N_{tagg1+\pi^0}$  определяется также, как

описано выше, аппроксимацией спектра  $t_{\gamma 1 \gamma 2}$ , и вычисляется эффективность реконструкции  $\pi^0$ -мезона:  $\epsilon_{\pi^0} = \frac{N_{tagg1}}{N_{tagg1+\pi^0}}$ .

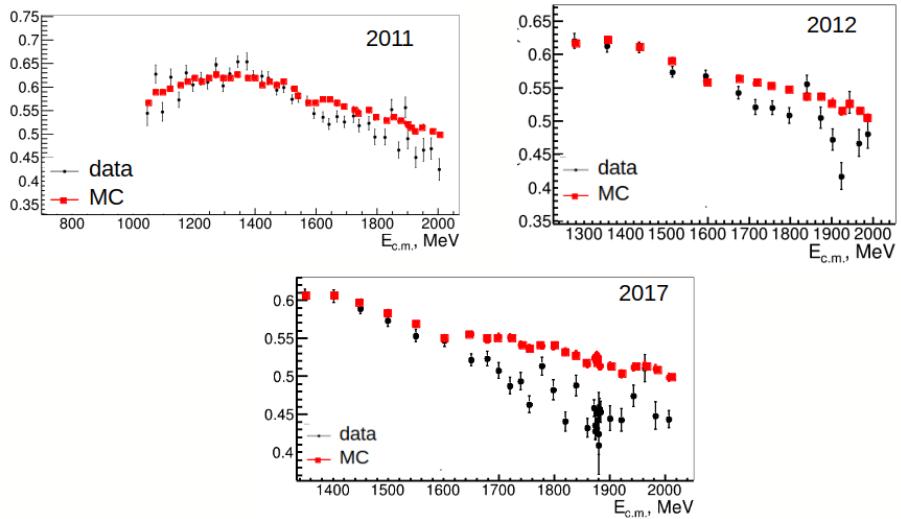


Рис. 4.3 – Эффективность реконструкции нейтрального пиона в зависимости от энергии набора данных для разных сезонов.

Зависимость  $\epsilon_{\pi^0}$  от энергии ( $E_{c.m.}$ ) показана на Рис. 4.3. Видно, что при энергии  $E_{c.m.} > 1.6$  ГэВ расхождение моделирования от эксперимента в эффективности значительно, поэтому для определения значений сечения были использованы первый класс событий со всеми задетектированными пионами при  $E_{c.m.} < 1.6$  ГэВ и третий класс событий, когда достаточно лишь одного нейтрального пиона, при  $E_{c.m.} > 1.6$  ГэВ. Видно, что наименее хорошо эффективность воспроизводится в сезоне 2017 года, поэтому статистика данного сезона используется частично, т.е. только в первых четырех точках по энергии. Суммарная систематическая ошибка в реконструкции  $\pi^0$ -мезона оценивается как 4% при  $E_{c.m.} < 1.6$  ГэВ и 8% при  $E_{c.m.} > 1.6$  ГэВ.

## 4.2 Эффективность реконструкции заряженных пионов

Как и в случае нейтрального пиона, для выполнения прецизионного измерения сечения процесса  $e^+e^- \rightarrow 2\pi^0\pi^+\pi^-$  требуется коррекция возможного отличия эффективности реконструкции заряженного трека в эксперименте и в моделировании. Для этого выбирается набор тестовых сигнальных событий, отбор которых основан на поиске лишь одного кандидата в заряженный пин

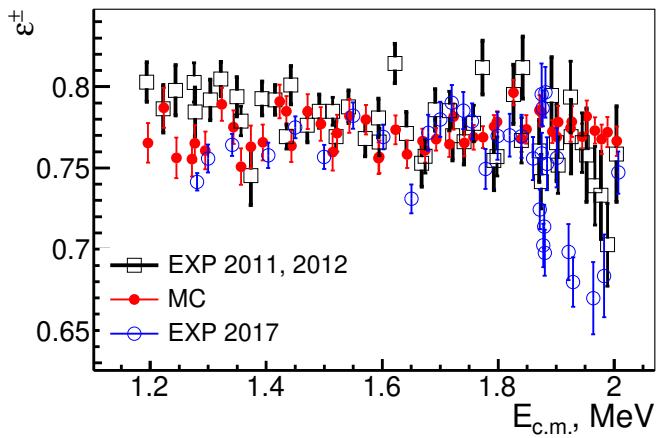


Рис. 4.4 — Эффективность реконструкции заряженного пиона в зависимости от энергии набора данных для разных сезонов.

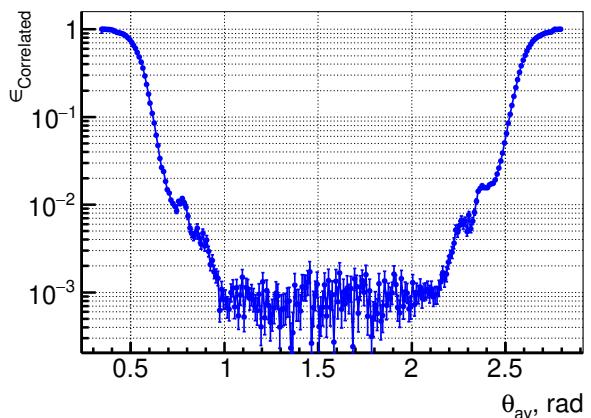


Рис. 4.5 — Вероятность одновременного пропадания треков электрона и позитрона в ДК в процессе  $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$ .

и двух нейтральных пионов (второй класс в пункте 2.1). Осуществляется цикл по всем возможным комбинациям частиц, которые подвергаются кинематической реконструкции с двумя требованиями (2С). Во-первых, требуется, чтобы первый и второй фотоны складывались в  $\pi^0$ , т.е.  $m_{\gamma_1\gamma_2} = m_{\pi^0}$ , во-вторых, масса улетевшего трека должна быть равна  $m_{\pi^\pm}$ . Также требуется отсутствие в событии дополнительной пары фотонов с энергией больше 30 МэВ и инвариантной массой вблизи 30 МэВ/с<sup>2</sup> от массы  $\pi^0$ . Число тестовых событий определяется, используя распределение по инвариантной массе 3-го и 4-го фотонов ( $m_{\gamma_3\gamma_4}$ ) после кинематической реконструкции. В отличие от фоновых процессов сигнальное распределение по  $m_{\gamma_3\gamma_4}$  имеет острый пикованный характер в области  $m_{\pi^0}$ . Процедура аппроксимации спектра  $m_{\gamma_3\gamma_4}$  и определения эффективности реконструкции заряженного пиона  $\epsilon_{\pi^\pm}$  аналогичны тем, что описаны в предыдущем пункте. Зависимость  $\epsilon_{\pi^\pm}$  от энергии для различных сезонов показана на Рис. 4.4. Видно, что эффективность к трекам составляет  $\sim 77\%$ , что обусловлено, в основном, накладыванием требований на полярный угол пиона, и в сезонах 2011, 2012 годах воспроизводится в моделировании с точностью 2%. Ситуация с сезоном 2017 значительно хуже. Как уже отмечалось, статистика сезона 2017 используется только в первых четырех точках при низких энергиях. Кроме неэффективности реконструкции к возможным проблемам относится коррелированное пропадание треков в ДК, ввиду, например, порчи всех пакетов данных с ДК. Для определения вероятности коррелированного пропадания

треков ( $\epsilon_{Correlated}$ ) отбираются тестовые события  $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$  без использования информации с дрейфовой камеры [27]. Зависимость  $\epsilon_{Correlated}$  от полярного угла треков представлена на Рис. 4.5. Видно, что эта величина возрастает при малых углах, что связано с уменьшением длины пролета коллинеарных треков в камере, т.е. треки не исчезли в ДК, а просто произвели недостаточное число хитов для их восстановления. Т.е. уровень  $\epsilon_{Correlated}$  должен определяться по центральному диапазону углов на Рис. 4.5 и составляет 0.1%, что пренебрежимо мало в масштабах других источников систематической неопределенности искомого анализа.

### 4.3 Сечение процесса $e^+e^- \rightarrow 2\pi^0\pi^+\pi^-$

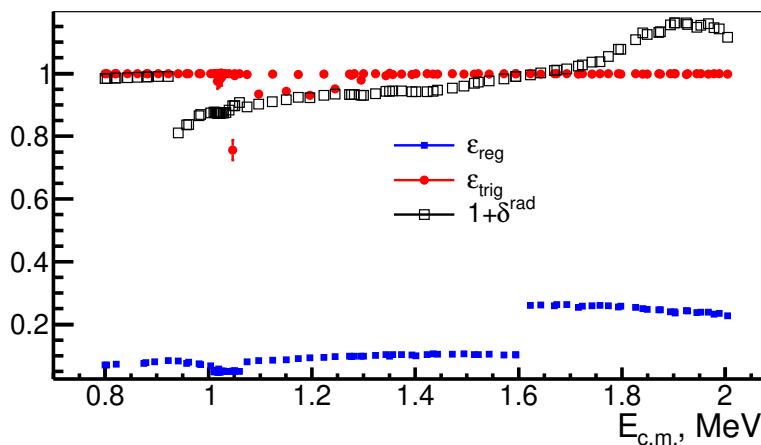


Рис. 4.6 – Эффективность регистрации  $\epsilon_{reg}$ , эффективность триггера  $\epsilon_{trig}$ , радиационная поправка  $(1 + \delta^{rad})$  vs энергия в с.ц.м..

Из вышеописанного следует (пункт 4.1), что эффективность реконструкции нейтральных пионов при энергиях выше 1.6 ГэВ в с.ц.м. не моделируется корректным образом, т.е. есть расхождение EXP-МС на уровне 8%. Поэтому в качестве набора событий для определения сечения процесса был использован третий класс событий, когда обязательно реконструируются два заряженных и один нейтральный пионы. Пример аппроксимации инвариантной массы пары фотонов из кандидата в  $\pi^0$  показан на Рис. 4.2 и был описан выше. В области энергий ниже 1.6 ГэВ в с.ц.м. число сигнальных событий определяется по

первому классу событий, когда задетектированы все четыре пиона. Примеры аппроксимации спектра инвариантной массы 3-го и 4-го фотонов показаны на Рис. 4.7 при энергии  $E_{c.m.} = 920$  МэВ (слева) и  $E_{c.m.} = 1375$  МэВ (справа), где пунктирная линия показывает вклад фона.

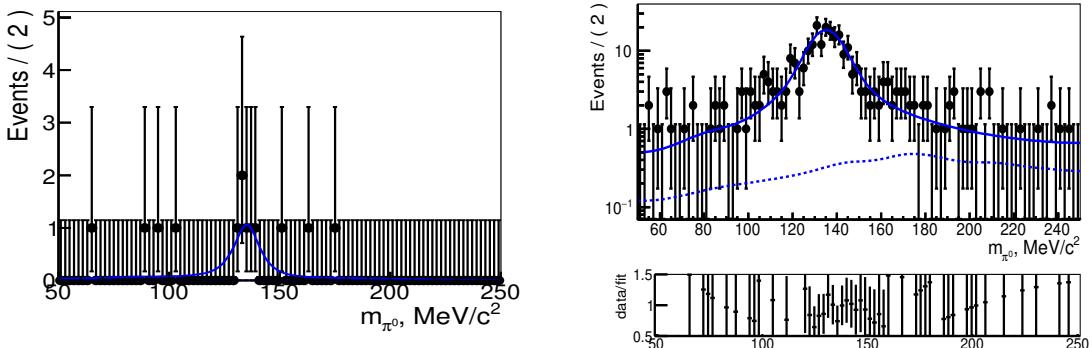


Рис. 4.7 — Пример аппроксимации спектра инвариантной массы 3-го и 4-го фотонов при энергии  $E_{c.m.} = 920$  МэВ (слева) и  $E_{c.m.} = 1375$  МэВ (справа).

Значения борновского сечения определяются в каждой точке по энергии как:

$$\sigma^{Born} = \frac{N_{exp}}{\epsilon_{reg}\epsilon_{trig}L(1 + \delta^{rad.})}, \quad (4.1)$$

где  $N_{exp}$  - число сигнальных событий,  $\epsilon_{reg}$  - эффективность регистрации,  $\epsilon_{trig}$  - эффективность триггера,  $L$  - интегральная светимость (определяется по событиям КЭД),  $1 + \delta^{rad.}$  - радиационная поправка.

Эффективность регистрации  $\epsilon_{reg}$  определяется как отношение количества моделированных событий к их количеству после реконструкции и накладывания условий отбора. Зависимость  $\epsilon_{reg}$  от энергии представлена квадратиками на Рис. 4.6. Скачок в районе  $E_{c.m.} = 1.6$  ГэВ связан с изменением выбора класса событий, как описано выше.

Детектор имеет два триггера, заряженный и нейтральный, один из которых основан на информации с ДК, а другой использует информацию с калориметров. Для срабатывания заряженного триггера требуется срабатывание проволочек на внешних слоях дрейфовой камеры. Оценка эффективности триггерной системы ( $\epsilon_{trig}$ ) основана на предположении о независимости срабатывания

двух триггеров:

$$\epsilon_{trig} = 1 - (1 - \epsilon_{neutr})(1 - \epsilon_{charge}); \quad (4.2)$$

$$\epsilon_{neutr} = \frac{N_{both}}{N_{both} + N_{charhe}}; \quad \epsilon_{charge} = \frac{N_{both}}{N_{both} + N_{neutr}}; \quad (4.3)$$

Здесь  $N_{both}$ ,  $N_{neutr}$ ,  $N_{charge}$  — число событий, где сработали оба триггера, только нейтральный и только заряженный соответственно. Значения  $\epsilon_{trig}$  при разных энергиях показаны на Рис. 4.6 точками с ошибками, кроме сезона 2011 года  $\epsilon_{trig} > 0.993$ .

Радиационная поправка определяется согласно выражению:

$$1 + \delta^{rad}(s) = \frac{\int F(x,s)\sigma^{Born}(s(1-x))dx}{\sigma^{Born}(s)}, \quad (4.4)$$

где  $F(x,s)$  — радиационная функция,  $\sigma(s)$  — борновское сечение. Явный вид функции  $F(x,s)$  взят из работы [20], которая при малых значениях отождествляется с долей уносимой энергии. Точность знания функции  $F(x,s)$  равна 0.1 %. В мягкофотонном приближении:

$$F(x,s) = \beta \frac{x^\beta}{x}, \quad (4.5)$$

$$\beta = \frac{\alpha}{\pi} \left( \ln\left(\frac{s}{m_e^2}\right) - 1 \right), \quad (4.6)$$

$$\beta|_{s=1GeV^2} = 0.17 \quad (4.7)$$

На Рис. 4.6 квадратиками демонстрируется зависимость радпоправки от энергии. С скачок радпоправки в области 0.9 ГэВ связан с резким поведением сечения в этой области, что легко понять, если вспомнить, что доминирующим промежуточным состоянием (как было показано выше) изучаемого процесса  $e^+e^- \rightarrow 2\pi^0\pi^+\pi^-$  является  $\omega\pi^0$  при энергии  $E_{c.m.} < 1.5$  ГэВ. Сумма масс  $m_\omega + m_{\pi^0} = 0.917$  ГэВ, что определяет положение района энергий с резким ростом сечения. Систематическая неопределенность рад. поправки связана с выбором профиля  $\sigma^{Born}(s)$  в выражении (4.4). В данной работе в качестве  $\sigma^{Born}(s)$  использовалась линейная или квадратичная интерполяция между усредненными измерениями (Рис. (4.9)), при этом неопределенность в  $\delta^{rad}$  составляет 0.9%.

Зависимость полученных значений сечений  $e^+e^- \rightarrow 2\pi^0\pi^+\pi^-$  от энергии для разных сезонов набора данных показана на Рис. 4.8 в полном диапазоне доступных энергий. Сечение достигает максимума ( $\approx 32$  nb) при энергии  $E_{c.m.}=1500$  МэВ. Разные сезоны хорошо согласуются между собой (на уровне 2%) и соответствуют разным состояниям детектора, например, магнитное поле

в соленоиде в 2011 году составляло 1.3 Т вместо номинального 1.5 Т. Разные сезоны были усреднены между собой с шагом по энергии 20 МэВ, кроме области  $\phi$ -мезона, где шаг составил 2 МэВ. Сравнение полученных усредненных значений сечений  $e^+e^- \rightarrow 2\pi^0\pi^+\pi^-$  от энергии с результатом на детекторе BaBar показано на Рис. 4.9. Менее точные измерения других экспериментов здесь не указываются, чтобы не загромождать рисунок. На рисунке видно статистическое согласие результатов, уровень статистической точности также одного порядка.

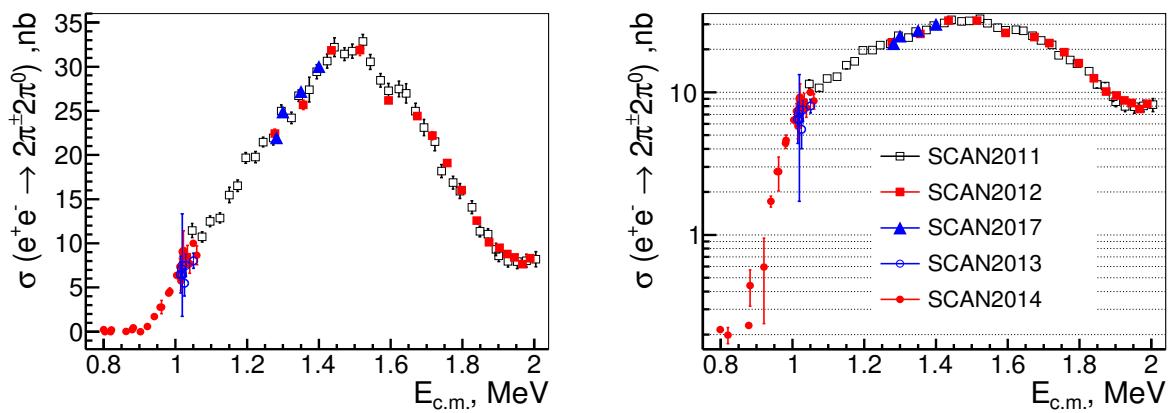


Рис. 4.8 — Зависимость полученных значений сечений  $e^+e^- \rightarrow 2\pi^0\pi^+\pi^-$  от энергии для разных сезонов набора данных.

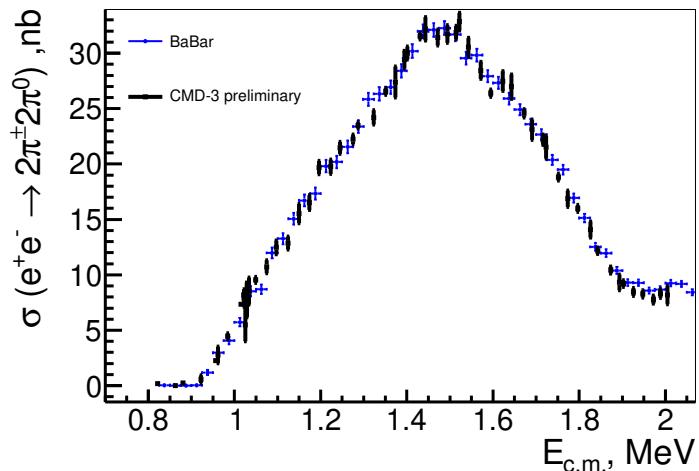


Рис. 4.9 — Сравнение полученных усредненных значений сечений  $e^+e^- \rightarrow 2\pi^0\pi^+\pi^-$  от энергии с результатом на детекторе BaBar.

#### 4.4 Систематические неопределенности сечения $e^+e^- \rightarrow 2\pi^0\pi^+\pi^-$

Ввиду того, что условия отбора, фоновая ситуация и корректность моделирования зависят от энергии, величина систематической ошибки также разная в разных диапазонах  $E_{c.m.}$ . Так, ошибки при  $E_{c.m.} < 1.06$ ,  $1.06 < E_{c.m.} < 1.6$  и  $1.6 < E_{c.m.}$  показаны в Табл. 2. Нужно отметить, что статус изучения систематических и модельных ошибок носит предварительный характер.

Доминирующим источником неопределенности является регистрациянейтральных пионов. Как было отмечено выше, data-MC расхождение в реконструкции  $\pi^0$  составляет 4% при  $E_{c.m.} < 1.6$  и 8% при  $E_{c.m.} > 1.6$ . Это позволяет консервативно оценить данный вклад в ошибку  $\varepsilon_{reg}$ , как 8% при всех энергиях.

Оценка систематической ошибки, связанной с условиями отбора, основана на их варьировании. Наибольший вклад в ошибку связан с отбором треков и фотонов по полярному углу ( $0.8 < \theta_{tr,\gamma} < \pi - 0.8$  рад.). Границное условие 0.8 рад. в данном требовании менялось на 0.9.

Под модельной ошибкой в Табл. 2 понимается неопределенность в  $\varepsilon_{reg}$  ввиду неправильной модели промежуточной динамики, что приводит к неправильным импульсным и угловым спектрам в моделировании. Данная ошибка оценивалась сравнением номинальной модели с упрощенной моделью  $\omega\pi^0 + a_1\pi$ .

Для оценки неопределенности, связанной с вычитанием фона, к номинальному фоновому профилю двухфотонных спектров добавлялся полином первой степени.

Интегральная светимость на детекторе определяется с помощью событий  $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$  [27]. Сравнение значений светимостей, определенных с помощью процессов Баба рассеяния и  $e^+e^- \rightarrow 2\gamma$ , позволяет оценить систематическую неопределенность в светимости как 1%.

Таблица 2 — Источники систематической ошибки в сечении процесса  $e^+e^- \rightarrow 2\pi^0\pi^+\pi^-$ .

Источник ошибки	$E_{c.m.} < 1.06$ ГэВ (%)	$1.06 < E_{c.m.} < 1.6$ ГэВ (%)	$1.6 < E_{c.m.}$ ГэВ (%)
Вычитание фона	3	1	4
Модельная ошибка	0.5	0.8	0.8
Условия отбора	4	4	2
Реконструкция заряженных пионов	2	2	2
Реконструкция нейтральных пионов	8	8	8
Эффективность триггера	0.3	0.3	0.3
Радиационная поправка	1.5	0.9	0.9
Светимость	1.0	1.0	1.0
Total	10	9	10

## Глава 5. Распад тау лептона на систему из четырех пионов и нейтрино

Вероятность распада тау лептона на систему из четырех пионов и нейтрино составляет [28]:

$$B(\tau^- \rightarrow \pi^- 3\pi^0 \nu_\tau)(ex.K^0) = 1.05 \pm 0.07$$

$$B(\tau^- \rightarrow 2\pi^- \pi^+ \pi^0 \nu_\tau)(ex.K^0) = 4.48 \pm 0.06.$$

Первая мода была измерена с детектором ALEPH [29], вторая мода - детекторами ALEPH [29] и CLEO [30].

Измерения с детектором CLEO произведены на установке Cornell Electron Storage Ring (CESR) в области энергий около  $\Upsilon(4S)$ . В анализе использовались данные с интегральной светимостью  $4.68 \text{ 1/фб}$ , что соответствует 4.27 миллионам рожденных пар  $\tau^+ \tau^-$  [30].

$$R_X = \frac{\Gamma(\tau^- \rightarrow \nu_\tau X) \cdot B(X \rightarrow 4\pi)}{\Gamma(\tau^- \rightarrow \nu_\tau e^- \bar{\nu}_e) \cdot \Gamma(\tau^- \rightarrow \nu_\tau 4\pi)} = \frac{3\cos^2\theta_c}{2\pi\alpha^2 m_\tau^8} \int_0^{m_\tau^2} dQ^2 Q^2 \cdot (m_\tau^2 - Q^2)^2 (m_\tau^2 + 2Q^2) (f_X^\pm(Q^2) + f_X^0(Q^2)) \quad (5.1)$$

$$R_X = \frac{\Gamma(\tau^- \rightarrow \nu_\tau X) \cdot B(X \rightarrow 4\pi)}{\Gamma(\tau^- \rightarrow \nu_\tau 4\pi)} = \frac{\int_0^{m_\tau^2} dQ^2 V(Q^2) \left( f_X^\pm(Q^2) \cdot \sigma(e^+ e^- \rightarrow 2\pi^+ 2\pi^-)(Q^2) \right)}{\int_0^{m_\tau^2} dQ^2 V(Q^2) \left( \sigma(e^+ e^- \rightarrow 2\pi^+ 2\pi^-)(Q^2) \right)}$$

Таблица 3

$X$	$R_X$	PDG
$\omega \pi^-$		
$a_1(1260)\pi$		
$\rho^- [\sigma + f_0]$		
$\rho^- f_2(1270)$		
$\rho^- \rho^0$		

## Глава 6. Результаты и обсуждение

Ниже приведены четыре основных результата данной работы:

- Были учтены температурные эффекты в электронном тракте дрейфовой камеры КМД-3. А именно, была определена зависимость шкалы Z-координаты хитов ДК от температуры плат Т2Q. Прокалиброваны все каналы ДК, определены температурные зависимости пьедесталов и внутренних сопротивлений электронного тракта плат с каждой стороны канала. Данный занесены в базу данных, модернизировано программное обеспечение по восстановлению Z-координаты хитов. Новая процедура обладает меньшей систематической ошибкой и проверена на космических мюонах.
- Выполнен амплитудный анализ и определены вклады возможных амплитуд промежуточных процессов  $e^+e^- \rightarrow \gamma^* \rightarrow 2\pi^\pm 2\pi^0$  и  $e^+e^- \rightarrow \gamma^* \rightarrow 4\pi^\pm$  в зависимости от  $E_{c.m.}$ . Показано, что доминирующими во всем диапазоне энергий являются промежуточные состояния  $\omega\pi^0$  и  $a_1\pi$ , однако вклад других процессов  $e^+e^- \rightarrow \rho f_0(980) + \rho\sigma(600) + \rho f_2(1270) + \rho^+\rho^- + h_1(1170)\pi$  значим и увеличивается с ростом энергии.
- Измерено сечение процесса  $e^+e^- \rightarrow 2\pi^0\pi^+\pi^-$  с систематической точностью около 10% в области энергий  $E_{c.m.} = 0.8 \div 2$  ГэВ.

Нужно отметить, что вышеописанная работа является заделом для кандидатской диссертации, доделать и защитить которую я планирую в ближайшее время. Для этого, во-первых, будут предприняты усилия над минимизацией уровня систематических ошибок. В частности, ошибок, связанных с реконструкцией нейтральных пионов. Далее будут изучены модельные и систематические неопределенности относительных вкладов разных амплитуд построенной модели промежуточной динамики. Также на основе полученных результатов будут получены предсказания для вклада в g-2 от канала  $e^+e^- \rightarrow 2\pi^0\pi^+\pi^-$ , и подсчитаны СVC предсказания для соответствующих мод распада тау-лептона.

## Литература

- [1] G. Cosme *et al.*, Phys. Lett. B **63**, 349 (1976).
- [2] G. Cosme *et al.*, Nucl. Phys. B **152**, 215 (1979).
- [3] B. Esposito *et al.*, Lett. Nuovo Cim. **31**, 445 (1981).
- [4] C. Bacci *et al.*, Nucl. Phys. B **184**, 31 (1981).
- [5] L. M. Kurdadze *et al.*, J. Exp. Theor. Phys. Lett. **43** 643 (1986).
- [6] D. Bisello *et al.*, Preprint LAL-90-35 (Orsay, 1990).
- [7] S. I. Dolinsky *et al.*, Phys. Rept. **202**, 99 (1991).
- [8] R. R. Akhmetshin *et al.* [CMD-2 coll.], Phys. Lett. B **466**, 392 (1999).
- [9] M. N. Achasov *et al.*, Preprint BUDKER-INP-2001-34 (Novosibirsk, 2001).
- [10] J.P. Lees *et al.* (BaBar coll.), Phys. Rev. D **96**, 092009 (2017).
- [11] J.P. Lees *et al.* (BaBar coll.), Phys. Rev. D **85**, 112009 (2012).
- [12] M. Ripka (BESIII collaboration), Nuclear and Particle Physics Proceedings 294–296, 158 (2018).
- [13] K. W. Edwards *et al.*, (CLEO Collaboration), Phys. Rev. D **61**, 072003 (2000).
- [14] B. Aubert *et al.* (BaBar coll.), Phys. Rev. D **78** 071103 (2008).
- [15] Yu. M. Shatunov *et al.*, in Proceedings of the 7th European Particle Accelerator Conference, Vienna, 2000 (EPS, Geneva, 2000), p. 439 [<http://accelconf.web.cern.ch/AccelConf/e00/PAPERS/MOP4A08.pdf>].
- [16] A. Starostenko *et al.*, “Status of Injection Complex VEPP-5”, these proceedings (TUY02).
- [17] E. V. Abakumova *et al.*, Phys. Rev. Lett. **110**, 140402 (2013).
- [18] B.I. Khazin *et al.*, Nucl. Phys. B (Proc. Suppl.) **376**, 181 (2008).

- [19] John F. McGowan, arXiv:hep-ph/9501399v1, "An Isobar Model of  $e e \rightarrow 4\pi$ "(1991).
- [20] E.A. Kuraev and V.S. Fadin, Yad. Fiz. 41, 733 1985 Sov. J. Nucl. Phys. **41**, 466 1985.
- [21] M. Benayoun *et al.*, Mod. Phys. Lett. A **14**, 2605-2614 (1999).
- [22] I.A.Koop, BINP, Novosibirsk , <https://cmd.inp.nsk.su/wiki/bin/view/CMD3/VEPPInfo>
- [23] Г.И. Копылов, "Основы кинематики резонансов", М.: Наука, 1970 г., 488 стр.
- [24] S. Eidelman and F. Jegerlehner, Z. Phys. C **67**, 585 (1995).
- [25] S. Actis *et al.*, Eur. Phys. J. C **66**, 585 (2010).
- [26] H. Czyż *et al.*, arXiv:1312.0454.
- [27] G. V. Fedotovich *et al.*, Physics of Atomic Nuclei **78**, 591 (2015).
- [28] M. Tanabashi *et al.* (Particle Data Group), Phys. Rev. D **98**, 030001 (2018).
- [29] S. Schaelet *et al.* (ALEPH Collaboration), Phys. Rep. **421**, 191 (2005).
- [30] K. W. Edwardset *et al.* (CLEO Collaboration), Phys. Rev. D **61**, 072003 (2000).