

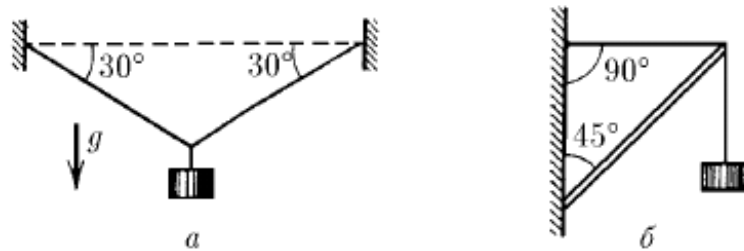
## 1. Изучить стр. 135-144

[http://rl.odessa.ua/media/\\_For\\_Liceistu/Physics/Myakishev\\_Phys-10.pdf](http://rl.odessa.ua/media/_For_Liceistu/Physics/Myakishev_Phys-10.pdf)

разобраться с условиями равновесия  
твёрдого тела !!!!!

## 2. Пиьменно решить

◇ 2.8.1. На рисунке изображены конструкции, которые удерживают груз массы 10 кг. Тросы изображены тонкими линиями, стержень — двойной линией. Определите силу натяжения тросов для случая *a* и силу, действующую на стержень со стороны переброшенного через него троса, для случая *б*.



К задаче 2.8.1

## 3. Изучить след. примеры

### Задача 8

На конце стержня длиной  $l = 30$  см прикреплен шар радиусом  $R = 6$  см (рис. 17-15). На каком расстоянии  $x$  от центра шара находится центр тяжести этой системы, если массы стержня и шара одинаковы?

Дано:  
 $l = 30$  см  
 $R = 6$  см  
 $x = ?$

**Решение.** В этом случае плечи  $C_1C$  и  $CC_2$  одинаковых сил тяжести тоже будут одинаковы, а значит, одинаковы будут и моменты этих сил, поэтому наступит равновесие.

Расстояние  $x$  от центра тяжести  $C$  до центра шара  $C_2$  можно определить как половину отрезка  $C_1C_2$ . В свою очередь отрезок  $C_1C_2$  равен сумме половины длины стержня  $0,5l$  и радиуса шара  $R$ . Поэтому

$$x = \frac{0,5l + R}{2}$$

Произведем вычисления:

$$x = \frac{0,5 \cdot 30 + 6}{2} \text{ см} = 10,5 \text{ см}.$$

Ответ:  $x = 10,5$  см.

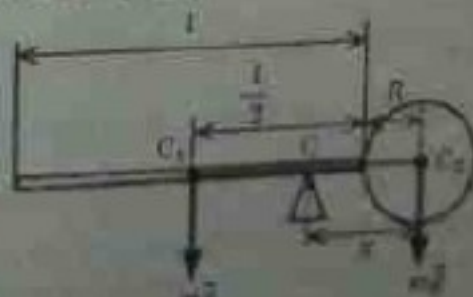


Рис. 17-15

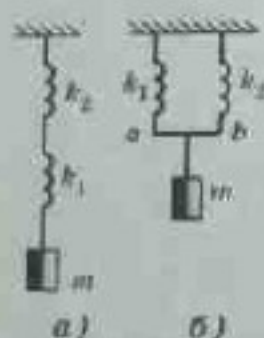


Рис. 17-18

### Задача 11

К двум пружинам одинаковой длины с жесткостью  $k_1$  и  $k_2$  каждая, соединенным один раз последовательно (рис. 17-18, а), а другой раз — параллельно (рис. 17-18, б), подвешивают груз массой  $m$ . Найти общее удлинение пружин  $x$  и их общую жесткость  $k$  в каждом случае. На какое расстояние  $S$  опустится груз в каждом случае?

Дано:

$k_1$   
 $k_2$   
 $m$   
 $g$

$x = ?$

$k = ?$

$S = ?$

Решение. 1) Обратимся к рис. 17-18, а). Когда мы растягиваем последовательно соединенные пружины, сила, приложенная к грузу, в случае его равномерного движения по модулю равна силе реакции пружины, т. е. силе упругости  $F_{\text{уп}}$ , приложенной к нижней пружине, которая с такой же по модулю силой упругости действует на верхнюю пружину.

А вот удлинение каждой пружины под действием одинаковой силы упругости будет разным, потому что у них разные жесткости. Общее же удлинение  $x$  пружин будет равно сумме удлинений  $x_1$  и  $x_2$  каждой пружины в отдельности:  $x = x_1 + x_2$ .

По первому закону Ньютона, записанному применительно к грузу в векторной форме,  $m\vec{g} + \vec{F}_{\text{уп}} = 0$ , а в скалярной:  $mg = F_{\text{уп}}$ , где по закону Гука модуль силы упругости  $F_{\text{уп}} = kx_1$ .

Отсюда  $x_1 = \frac{F_{\text{упр}}}{k_1} = \frac{mg}{k_1}$ . Аналогично применительно  
 ко второй пружине:  $x_2 = \frac{mg}{k_2}$ . Тогда  $x = \frac{mg}{k_1} + \frac{mg}{k_2}$  или

$$x = mg \left( \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} \right)$$

Пройденный грузом путь  $S$  равен удвоенной деформации пружины:  $S = 2x$

Теперь найдем жесткость  $k$ . По закону Гука  $mg = kx$ , поэтому  $x = kx \left( \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} \right)$ ,  $1 = k \left( \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} \right)$  или  $1 = k \frac{k_2 + k_1}{k_1 k_2}$ ,

откуда  $k = \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2}$ .

2) При параллельном соединении пружинок в случае горизонтального положения стержня  $ab$  (рис. 17-18, б), они растягиваются одинаково. Но, поскольку жесткости пружин разные, то при одинаковом удлинении  $x$  силы упругости  $F_{\text{упр}1}$  и  $F_{\text{упр}2}$ , возникающие в них, будут разными. По первому закону Ньютона, записанному в векторной форме, сумма силы тяжести  $m\vec{g}$  и сил упругости  $\vec{F}_{\text{упр}1}$

и  $\vec{F}_{\text{упр}2}$ , приложенных к грузу, равна нулю:

$m\vec{g} + \vec{F}_{\text{упр}1} + \vec{F}_{\text{упр}2} = 0$ , а модуль силы тяжести  $mg$  равен сумме модулей сил упругости  $F_{\text{упр}1}$  и  $F_{\text{упр}2}$ :  $mg = F_{\text{упр}1} + F_{\text{упр}2}$ , где по закону Гука  $F_{\text{упр}1} = k_1 x$  и  $F_{\text{упр}2} = k_2 x$ , поэтому  $mg = k_1 x + k_2 x$ , откуда  $x = \frac{mg}{k_1 + k_2}$ . В этом случае путь  $S$

равен деформации  $x$ :  $S = x$

Так как  $mg = kx$ , то  $x = \frac{kx}{k_1 + k_2}$ ,  $1 = \frac{k}{k_1 + k_2}$  и

$$k = k_1 + k_2$$



### Задача 9

На наклонной плоскости стоит кубик. Каким должен быть угол  $\alpha$  в основании наклонной плоскости, чтобы кубик не опрокинулся?

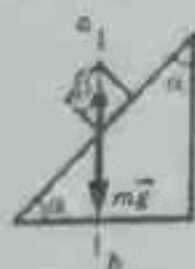


Рис. 17-16

*Решение.* Кубик не опрокидывается, если линия действия силы тяжести  $ab$ , приложенной к этому телу со стороны Земли, не выходит за пределы контура, ограничивающего площадку, на которую опирается это тело. В предельном случае линия действия силы тяжести  $mg$  будет пересекать этот контур. Если линия действия силы тяжести выйдет за пределы этого периметра, то

тело опрокинется под действием вращающего момента силы тяжести.

В нашем случае максимальным углом  $\alpha$ , при котором кубик еще не опрокинется, будет такой угол, при котором линия  $ab$  действия силы тяжести  $mg$  будет пересекать ребро кубика, лежащего на наклонной плоскости. Поскольку искомый угол  $\alpha$  равен углу, образованному ребром кубика и его диагональю, как углы со взаимно перпендикулярными сторонами, а угол  $\beta = 45^\circ$ , то и угол  $\alpha$  тоже равен  $45^\circ$ . Значит, при углах в основании наклонной плоскости, равных  $45^\circ$  или меньших  $45^\circ$ , кубик не опрокинется.

Задача решена.

Ответ:  $\alpha \leq 45^\circ$ .

### Задача 14

Лестница массой  $m_1$  и длиной  $l$  приставлена к гладкой вертикальной стене под углом  $\alpha$ . На какую высоту  $h$  может подняться по лестнице человек массой  $m_2$ , если коэффициент трения покоя между лестницей и полом равен  $k$ ?

Дано:

$m_1$

$l$

$\alpha$

$m_2$

$k$

$h - ?$

**Решение.** Рассмотрим силы, приложенные к лестнице (рис. 17-21). На нее действуют следующие силы: сила тяжести лестницы  $m_1\vec{g}$ , вес человека  $\vec{P}_2 = m_2\vec{g}$ , сила реакции вертикальной стенки  $\vec{F}_{N1}$ , сила реакции пола  $\vec{F}_{N2}$  и сила трения  $\vec{F}_{тр}$ .

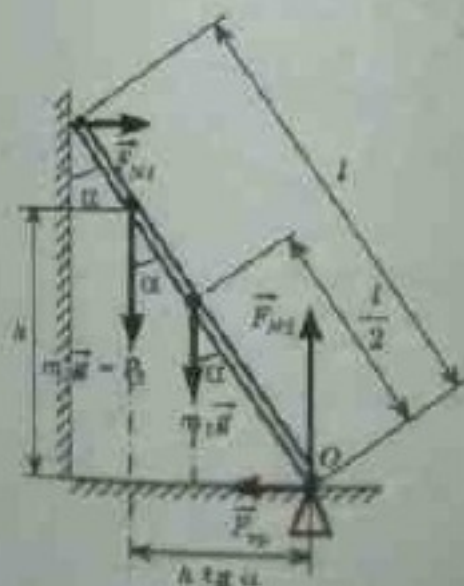


Рис. 17-21

Лестница будет в равновесии, если равнодействующая всех этих сил будет равна нулю и будет равен нулю суммарный момент сил, вращающих лестницу по и против часовой стрелки вокруг точки  $O$ , через которую проходит возможная ось вращения лестницы.

Равнодействующая сил, действующих на лестницу, будет равна нулю, если сумма сил тяжести лестницы  $m_1\vec{g}$  и веса человека  $\vec{P}_2 = m_2\vec{g}$  будет уравновешена силой реакции опоры  $\vec{F}_{N2}$ ,  $m_1\vec{g} + m_2\vec{g} = \vec{F}_{N2}$ , а также

сила трения  $\vec{F}_{тр}$  будет уравновешена силой реакции вертикальной стенки  $\vec{F}_{N1}$ ,  $F_{тр} = F_{N1}$ .

Отсюда следует, что

$$F_{тр} = kF_{N2} = k(m_1g + m_2g) = kg(m_1 + m_2).$$

Суммарный момент сил, вращающих лестницу, будет равен нулю, если сумма моментов сил  $M_1$  и  $M_2$ , вращающих лестницу против часовой стрелки вокруг точки  $O$ .

будет равна моменту  $M_3$  силы  $F_{N1}$ , вращающей лестницу по часовой стрелке:  $M_1 + M_2 = M_3$ .

Здесь  $M_1$  — момент силы тяжести  $m_1g$ . По определению момента силы он равен произведению силы тяжести  $m_1g$  на ее плечо, которое, как следует из рис. 17-21,

равно  $\frac{l}{2} \sin \alpha$ . Тогда  $M_1 = m_1g \frac{l}{2} \sin \alpha$ .

$M_2$  — момент веса человека  $P_2$ . Он равен произведению веса  $P_2 = m_2g$  на его плечо, которое, как следует из того же рисунка, равно  $h \operatorname{tg} \alpha$ . Тогда  $M_2 = m_2gh \operatorname{tg} \alpha$ .

$M_3$  — момент силы  $F_{N1} = F_{\text{тр}}$ . Он равен произведению силы  $F_{N1}$  на ее плечо, которое, как следует из рис. 17-21, равно  $l \cos \alpha$ . Кроме того,  $F_{\text{тр}} = kg(m_1 + m_2)$ .

С учетом этого

$$M_3 = F_{N1}l \cos \alpha \text{ или } M_3 = kgl(m_1 + m_2) \cos \alpha.$$

По правилу моментов сил  $M_1 + M_2 = M_3$  запишем:

$$m_1g \frac{l}{2} \sin \alpha + m_2gh \operatorname{tg} \alpha = kgl(m_1 + m_2) \cos \alpha.$$

Отсюда, выполнив необходимые преобразования, найдем искомую высоту  $h$ :

$$m_2h \operatorname{tg} \alpha = kl(m_1 + m_2) \cos \alpha - 0,5m_1l \sin \alpha,$$

$$h = l \frac{k(m_1 + m_2) \cos \alpha - 0,5m_1 \sin \alpha}{m_2 \operatorname{tg} \alpha}$$

Задача в общем виде решена.

$$\text{Ответ: } h = l \frac{k(m_1 + m_2) \cos \alpha - 0,5m_1 \sin \alpha}{m_2 \operatorname{tg} \alpha}.$$



### Задача 16

Какую минимальную силу  $F$ , направленную горизонтально, нужно приложить к катку цилиндрической формы массой  $m$  и радиусом  $R$ , чтобы перекатить его через ступеньку высотой  $h$ ?

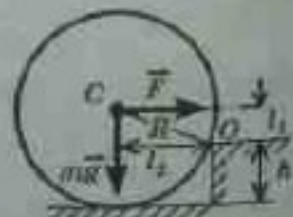


Рис. 17-23

Дано:

$m$

$R$

$g$

$h$

$F - ?$

**Решение.** Чтобы перекатить каток через ступеньку, т. е. чтобы его повернуть вокруг точки опоры  $O$ , необходимо выполнение следующего условия: момент силы  $\vec{F}$ , вращающей каток по часовой стрелке вокруг точки  $O$ , должен быть не менее момента силы тяжести  $m\vec{g}$ , вращающей каток вокруг этой точки против часовой стрелки (рис. 17-23), или хотя бы равен ему. При этом отметим, что момент силы реакции опоры равен нулю, поскольку равно нулю плечо этой силы, проходящей через точку опоры  $O$ .

Таким образом,  $M_1 = M_2$ .

Здесь  $M_1$  — момент силы  $\vec{F}$ , равный произведению этой силы на ее плечо  $l_1$ . Как следует из рис. 17-23, плечо силы  $\vec{F}$  равно:

$$l_1 = R - h.$$

$M_2$  — момент силы тяжести  $m\vec{g}$ , равный произведению этой силы на ее плечо  $l_2$ . Из рис. следует, что плечо силы тяжести

$$l_2 = \sqrt{R^2 - (R - h)^2} = \sqrt{R^2 - R^2 + 2Rh - h^2} = \sqrt{h(2R - h)}.$$

Тогда по правилу моментов сил

$$F(R - h) = mg\sqrt{h(2R - h)}.$$

Отсюда найдем искомую силу  $F$ :

$$F = \frac{mg\sqrt{h(2R - h)}}{R - h}$$

Задача в общем виде решена.

Ответ:  $F = \frac{mg\sqrt{h(2R - h)}}{R - h}.$